

# FYSP1082 / K4 HELMHOLTZIN KELAT

## Johdanto

Työssä mitataan ympyränmuotoisten johdinkelojen tuottamaa magneettikenttää kelojen läheisyydessä sekä sähkövirran että etäisyyden funktiona. Sähkömagnetismia ja työssä käytettäviä Helmholtzin keloja on käsitelty mm. teoksissa

- Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, A Strategic Approach, 4<sup>th</sup> Edition, luvut 29.4, -29.6, erityisesti esimerkki 29.5, Addison-Wesley, 2017.
- Grant, I. S. & Phillips, W. R. Electromagnetism, 2<sup>nd</sup> edition, luku 4 (erityisesti sivut 139-144), John Wiley & Sons, West Sussex, Iso-Britannia 1990.
- Young, H. & Freedman, R. University Physics with Modern Physics, 12<sup>th</sup> edition, luku 28.5 ja esimerkki 28.10 (11<sup>th</sup> ed. sama), Addison Wesley, Longman, 2006.

Työhön liittyvä ennakkotehtävä on luvun 1 lopussa.

## 1 Teoriaa

### 1.1 Sähkönjohtimen aiheuttama magneettikenttä

Ampèren laki määrittää sähkön kokonaisvirran sulkeutuvan käyrän  $C$  rajoittaman pinnan  $A$  läpi:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_A \vec{j} \cdot d\vec{a}. \quad (1)$$

$\vec{j}$  on sähkövirran tiheys ja  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$  Vs/Am magneettikenttävakio. Sähkövirran  $I$

$$I = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{a} \quad (2)$$

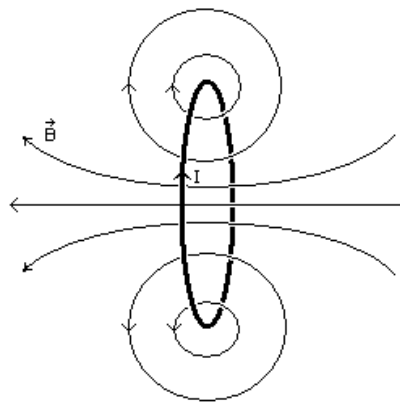
ja sen tuottaman magneettivuon tiheyden  $\vec{B}$  välillä on siis yhteys. Lauseke

$$\int_A \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0 \quad (3)$$

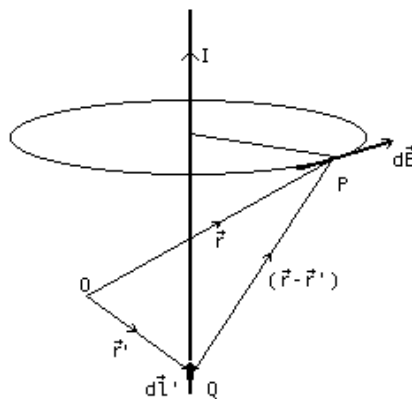
(Gaussin lause) puolestaan kertoo, että magneettikentän kenttäviivat ovat jatkuvia, kun  $A'$  on mikä hyvänsä suljettu alue. Kenttäviivat käyttäytyvät sähköjohtimen läheisyydessä kuvan 1 tavalla. Niillä ei ole alkua eikä loppua.

Biot-Savart'n lain mukaan äärellisen pitkän virtajohtimen aiheuttama kenttä etäisyyden  $\vec{r}$  päässä johtimesta voidaan laskea (vertaa kuvaan 2) yhtälöstä (4).

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (4)$$



**Kuva 1.** Magneettikenttä virtajohdinsilmukan läheisyydessä.



**Kuva 2.** Magneettivuontiheysalkion  $d\vec{B}$  muodostuminen kohtaan  $P$  on yhteydessä virtajohtimen elementtiin  $d\vec{l}'$  pisteessä  $Q$ .

## 1.2 Pitkän suoran virtajohtimen kenttä

Magneettivuon tiheyden  $B$  arvo etäisyydellä  $r$  äärettömän pitkstä suorasta johtimesta voidaan johtaa yhtälöstä (4). Lauseke on muotoa

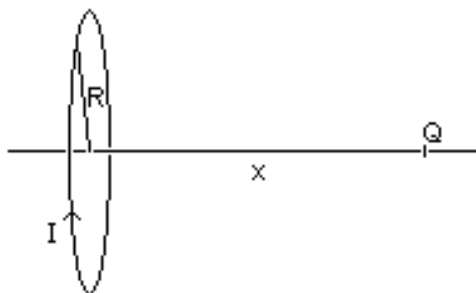
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (5)$$

## 1.3 Johdinsilmukan aiheuttama magneettikenttä

Biot-Savart'n laista [lauseke (4)] on johdettavissa myös  $R$ -säteisen silmukaksi taivutetun johtimen aiheuttama magneettivuon tiheys etäisyydellä  $x$  pisteessä Q (kuva 3), kun johtimessa kulkee virta  $I$ :

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (6)$$

Jos silmukassa on useita kierroksia – se siis muodostaa jonkinlaisen kelan tai solenoidin – on magneettivuon tiheyden kokonaisarvo useiden identtisten johdinsilmukoiden aiheuttaman vuontiheyden summa eli yhtälö (6) on vielä kerrottava kierrosten lukumäärällä  $N$ .



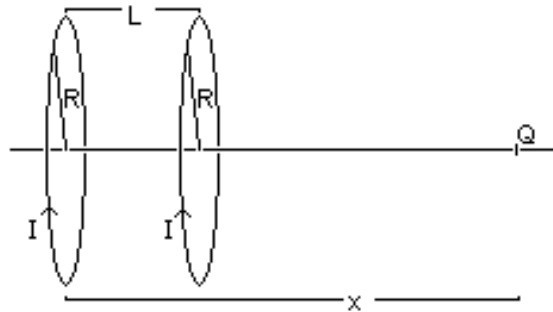
Kuva 3. Johdinsilmukka, jonka säde on  $R$ .

## 1.4 Kelaparin muodostama magneettikenttä

Mikäli samanlaisia ja samansuuntaisia johdinsilmukoita tai keloja on kaksi (kuva 4) ja niiden etäisyys toisistaan on  $L$ , saadaan kokonaismagneettikenttä pisteessä Q etäisyydellä  $x$  ensimmäisestä kelasta summaamalla kahden yksittäisen kelan vaikutus eli laajentamalla yhtälöä (6) (katso kuvaa 4 origon ja positiivisen suunnan valinnan selvittämiseksi):

$$B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2} \left( \frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (L - x)^2)^{3/2}} \right). \quad (7)$$

Lauseke (7) pätee myös kelojen välissä. Lausekkeista (6) ja (7) on huomattava, että tarkastelupiste Q sijaitsee silmukoiden keskiakselilla.



**Kuva 4.** Johdinsilmukkapari, jonka etäisyys toisistaan on  $L$ .

**Harjoitustehtävä:** Kelaparin erikoistapaus on niin sanottu Helmholtzin kelapari, joissa kelojen välimatka  $L = R$ . Työssä mitataan nimenomaan Helmholtzin kelojen kenttää. Harjoitustehtävän a)-kohdan **tulee olla tehtynä** työvuorolle tullessa. b)-kohta ei tarvitse, mutta sen pohtiminen on hyödyllistä.

- Laske magneettivuon tiheyden arvoja paikan funktiona Helmholtzin kelaparin keskiakselilla välillä  $[-2L, 3L]$  ja hahmottele kuvaaja  $B(x)$ . Origoo on valittu toisen kelan kohdalle kuten kuvassa 4. Käytä  $B$ :n yksikkönä kuvaajassa  $\frac{\mu_0 N I R^2}{2}$ .
- Kuinka magneettikenttä muuttuu siirryttäessä *pois* keskiakselilta? Vuon tiheydelle ei voida peruskurssin tiedoilla laskea kvantitatiivista lauseketta muualla kuin keskiakselilla, mutta tilanteen kvalitatiivinen pohtiminen on tästä huolimatta mahdollista (ts. mieti esimerkiksi kentän mahdollisia symmetrisyyksiä).

## 2 Mittauslaitteisto

Käytössä on kaksi mitoiltaan hieman erilaista Helmholtzin kelasysteemiä. Helmholtzin keloissa kelat on sijoitettu samansuuntaisesti sopivalle etäisyydelle toisistaan. Työssä käytettävien kelojen dimensiot mitataan ja kelojen kierrosmäärät selviävät työpaikalla. Kelat kytketään siten, että niissä kulkee sama virta. Kelojen läpi ohjataan virtalähteestä (esim. Metric LPS 303) sopiva tasavirta, ja syntyvä magneettikenttä todetaan magneettikenttäanturin ja -mittarin (Phywe Teslameter) avulla. Huomaa, että anturi mittaa magneettikentän aivan kärjellään ja nimenomaan anturin varren

suunnassa. Jos anturi asetetaan nolasta poikkeavaan kulmaan magneettikenttään nähden, se mittaa magneettikentän kyseiseen suuntaan olevan komponentin.

### 3 Tehtävät mittaukset

Työssä mitataan

- magneettivuon tiheys  $B$  keloissa kulkevan virran eri arvoilla ( $\leq 3$  A), kun magneettikenttäanturin kärki on sijoitettu kelojen akselille ja kelojen puoliväliin (eli etäisyys pysyy vakiona).
- magneettivuon tiheys  $B$  eri paikoissa kelaparin keskiakselilla, kun keloissa kulkeva virta pidetään vakiona (esimerkiksi noin 3 A). Kelaparin ulkopuolella kentän riittää mitata vain yhdellä puolella (miksi?).
- magneettivuon tiheys  $B$  eri etäisyyksillä ja eri suunnissa kelaparin keskiakselilta kelojen puolivälissä ja jossain muussa mielenkiintoiselta tuntuvassa kohdassa. Toisen mittaososan voit tehdä joko kelojen välissä tai kelaparin ulkopuolella.

Ennen virran kytkemistä kelapariin tulee magneettikenttäanturi nolata. Tämä tehdään oikeanpuolimmaisella säätimellä. Mikäli säätövara ei riitä, käytä vasemmalla alhaalla sijaitsevaa pienekköä nuppia. Valitse tasakenttä ja käytä suurinta herkkyyttä (20 mT asteikko). Virran ollessa kytkettynä keloihin kehittyy lämpöä, joka nostaa piirin resistanssia. Tämä heijastuu keloissa kulkevaan virtaan, joka pyrkii ryömimään pienemmäksi mittauksen aikana. Virran suuruutta kannattaa täten pitää silmällä mittauksen kuluessa systemaattisten virheiden välttämiseksi.

### 4 Tulosten käsittely

Tutkitaan lausekkeen (7) paikkansapitävyyttä. Laske magneettivuon tiheyden  $B$  teoreettinen arvo sijoittamalla lausekkeeseen (7) mitatut etäisyys  $x$  ja virta  $I$ . Vertaa teoreettista lukemaa mitattuun  $B$ :n arvoon. Tee tarkastelut pitämällä vuorollaan sekä etäisyyttä että virtaa vakiona. Piirrä lopuksi teoreettiset vuontiheyden arvot ja kokeellisesti mitatut tulokset (virhepalkkeineen) samoihin kuvaajiin. Kuvaajat tehdään siis tilanteista  $B(I)$ , kun  $x = \text{vakio}$  (kelojen puolivälissä) ja  $B(x)$ , kun  $I = \text{vakio}$ . Miten arvioisit teorian paikkansapitävyyttä tekemiesi mittausten pohjalta?

Lisäksi todetaan tehtyjen mittausten perusteella, miten magneettikenttä muuttuu siirryttäessä pois kelaparin keskiakselilta. Osaatko selittää havainnot teoreettisesti?