

Helsingin yliopisto, Itä-Suomen yliopisto, Jyväskylän yliopisto, Oulun yliopisto, Tampereen yliopisto ja Turun yliopisto
Matematiikan valintakoe
31.5.2010

1. Laske suoran $x = y - 2$ ja käyrän $x^2 = -1 + 2y$ väliin jäävän rajoitetun alueen pinta-ala.
2. Ratkaise epäyhtälö $(2x - 1)\sqrt{3x} < |2x - 1|$.
3. Seitsemän biljardipalloa on numeroitu 1 – 7.
 - (a) Palloista valitaan umpimähkään kaksi. Millä todennäköisyydellä nämä pallot ovat numerot 1 ja 2?
 - (b) Pallot laitetaan satunnaisella tavalla riviin biljardipöydän laittaa vasten. Millä todennäköisyydellä numerot 1 ja 2 ovat vierekkäin?
4. Tarkastellaan suorakulmaista kolmiota k , jonka kateettien pituudet ovat 1. Pidetään tunnettuna, että kolmion k kulmanpuolittajat leikkaavat pisteessä, joka on kolmion k sisään piirretyn ympyrän c keskipiste. Piirrä kuva ja osoita, että ympyrän c säde on $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.
5. Tason pisteen P sijainti määräytyy yhtälöstä $P = (t^2 - 2t, t^4)$, missä t on reaaliluku.
 - (a) Määrää ne t :n arvot, joilla pisteiden P ja $Q = (0, 1)$ kautta kulkeva suora on jomankumman koordinaattiakselin suuntainen.
 - (b) Tarkastellaan positiivisen x -akselin ja pisteen P paikkavektorin
$$\vec{r} = (t^2 - 2t)\vec{i} + t^4\vec{j}$$
välistä kulmaa vastapäivään. Millä t :n arvolla kyseinen kulma saa pienimmän arvonsa joukossa $\{t \in \mathbf{R} : t > 0\}$?