

Ovaj dokument nastao je u sklopu Erasmus+ -projekta “Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning” (DigiPhysLab).

Više informacija: www.jyu.fi/digiphyslab

Titranje vezanih kompasa

Verzija za nastavnike

20.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Ovo djelo licencirano je pod [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Titranje vezanih kompasa - Verzija za nastavnike

Pregled vježbe

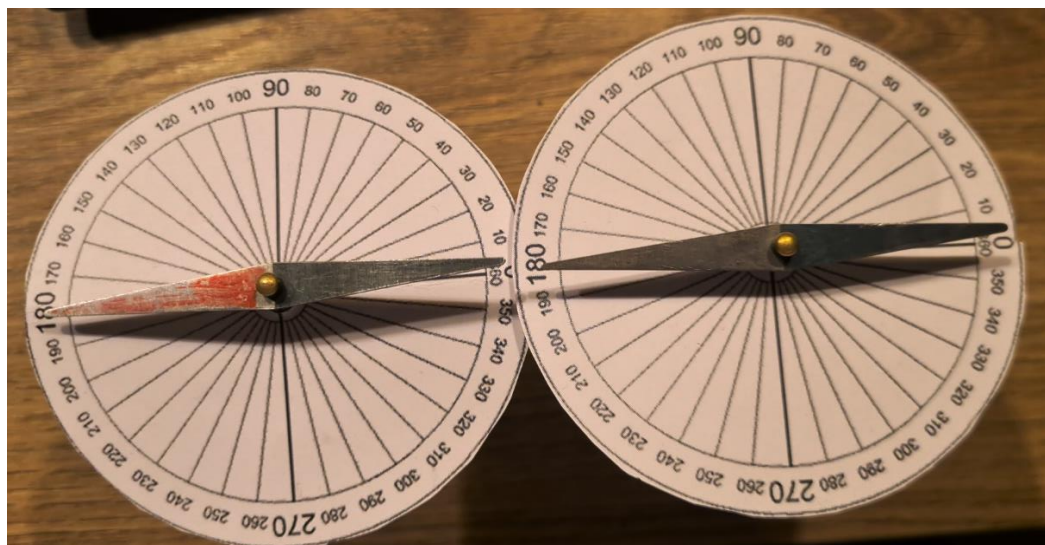
- Tema: magnetizam, magnetski moment, vezani oscilatori, efektivna konstanta vezanja,
- Ciljna skupina: Studenti nastavničkog i istraživačkog smjera fizike (>1. godina)
- Vremenski okvir: > 4h za provođenje eksperimenta, analizu podataka i pisanje izvještaja, ali teško je procijeniti točno vrijeme provođenja eksperimenta i analize podataka jer ono zavisi od eksperimentalnih vještina studenta.
- Vježba se može provesti na nastavi, s tim da se studentima da vremena da kod kuće dovrše analizu podataka i napišu izvještaj.
- Preporučuje se da studenti vježbu provedu samostalno kod kuće, a zatim predaju nastavniku izvještaj (u pisanom obliku ili usmenom prezentacijom). Ukoliko dođe do nekih poteškoća studenti mogu dobiti pomoć nastavnika putem emaila ili video sastanka.
- Ukoliko studenti imaju dovoljno vremena na raspolaganju preporučuje se da se vježba modificira/proširi s dodatnim zadatkom koji je opisan na kraju ovog dokumenta.

U ovoj vježbi studenti proučavaju pojavu vezanog titranja na primjeru vezanog titranja dva magnetska dipola tj. dvije magnetske igle. Studenti trebaju odrediti magnetski moment i moment inercije igle, istražiti kako efektivna konstanta vezanja igli ovisi o udaljenosti između igli te odrediti frekvenciju udara za jednu udaljenost između igli. Vježba nije strogo vođena i studenti ne znaju „točna rješenja“ koja trebaju dobiti.

Potrebna oprema

- Pametni telefon
- Računalo sa softverom za video analizu (npr. *Tracker*) i analizu podataka (npr. *Excel* i *SciDAVis*)
- Dvije jednake magnetske igle na stalku
- Papirnati kutomjer 360°

Važno je da trenje između magnetskih igli i stalka bude što manje. Trenje bi trebalo biti dovoljno malo da magnetska igla može napraviti barem 5,6 punih titraja nakon što se otkloni iz ravnotežnog položaja.



Slika 1. Primjer eksperimentalnog postava. Dvije jednake magnetske igle postavljene su na jednake stalke. Na iglice stalker postavljene su papirnati kutomjeri kako bi studenti mogli odrediti iz kojeg položaja će puštati igle da titraju.

U našim testiranjima vježbe, studenti su koristili *Tracker* za video analizu, a *Excel* i *SciDAVis* za analizu podataka. Upute za korištenje tri navedena softvera mogu se pronaći na našoj web stranici u dokumentima drugih vježbi.

Priprema za vježbu

Studenti će u toku izvođenja vježbe morati odrediti frekvencije različitih titranja. Titranje će snimati mobitelom, a zatim u softveru za video analizu odrediti period titranja i izračunati frekvenciju. Ukoliko studenti ne znaju koristiti nijedan softver za video analizu preporučuje da prije provođenja vježbe riješe jednostavnu pripremnu vježbu. Pripremna vježba sadrži upute za korištenje *Trackera* koje će im biti potrebne za provođenje vježbe. Ukoliko studenti već znaju koristiti neki softver za video analizu mogu koristiti softver po svom izboru.

Komentari i prijedlozi za provođenje vježbe

Provođenje vježbe je zamišljeno tako da studenti dobiju upute o vježbi i potrebnu opremu (dvije magnetne igle na stalku i 2 papirnata kutomjera) te samostalno kod kuće provedu eksperimente i analizu podataka.

1. Određivanje magnetskog momenta magnetske igle

U ovom djelu vježbe studenti trebaju odrediti prirodnu frekvenciju titranja i moment inercije magnetske igle te pronaći vrijednost horizontalne komponente Zemljinog magnetskog polja na mjestu u kojem provode eksperiment kako bi izračunali magnetski moment igle.

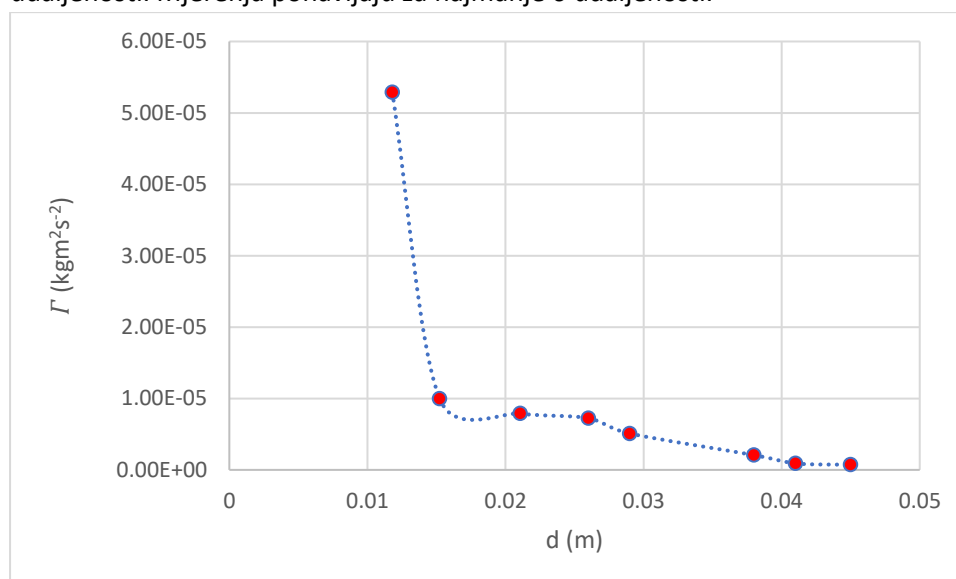
- U blizini igle ne bi se trebao nalaziti nijedan magnetizirani predmet
- Uvijek je bolje mjeriti vrijeme nekoliko titraja pa iz njega računati period titranja nego direktno mjeriti vrijeme jednog titraja
- Za računanje momenta inercije igla se modelira kao tanki pravokutnik. S obzirom da igle nisu svugdje iste širine potrebno je odrediti koja širina će se uzeti za izračun. Studenti bi trebali uzeti širinu veću od srednje širine igle jer je većina mase igle raspoređena blizu osi rotacije.

2. Određivanje ovisnosti efektivne konstante vezanja o udaljenosti između magnetskih igli

U ovom djelu vježbe studenti trebaju postići titranje igli u fazi i u protufazi na nekoliko različitih udaljenosti između igala. Iz frekvencija titranja u fazi i protufazi računaju efektivnu konstantu vezanja za svaku udaljenost. Analizom mjerenih podataka određuju ovisnost efektivne konstante vezanja o udaljenosti između magnetskih igala.

Prikupljanje i analiza podataka

Studenti trebaju namjestiti igle tako da im se osi u ravnotežnom položaju poklapaju. Za postizanje titranja u fazi otklanjaju obje igle iz ravnotežnog položaja za isti kut u istom smjeru, a za titranje u protufazi za isti kut u suprotnom smjeru. Kut otklona ne bi trebao biti veći od 30° . Studenti bi iz uvodne teorije trebali sami zaključiti koje početne uvjete titranja trebaju uspostaviti. Studenti u Trackeru određuju frekvenciju titranja igli u fazi i u protufazi za neku udaljenost. Zatim pomoću tih frekvencija i momenta inercije igala računaju efektivnu konstantu vezanja koja vrijedi na toj udaljenosti. Mjerenja ponavljaju za najmanje 6 udaljenosti.



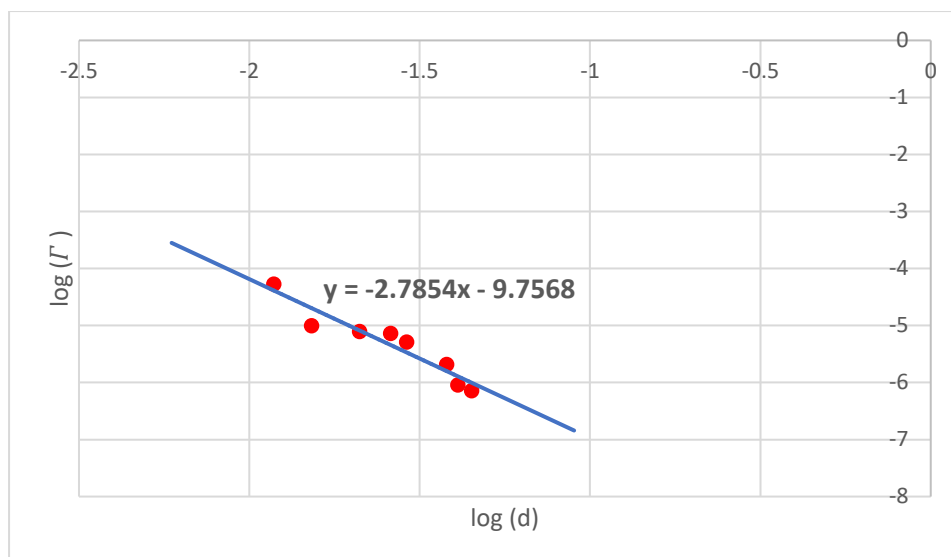
Slika 2. Primjer grafa ovisnosti efektivne konstante vezanja o udaljenosti između magnetskih igli.

Pretpostavlja se ovisnost oblika:

$$\Gamma = A \cdot d^x$$

gdje je Γ efektivna konstanta vezanja, d udaljenost između magneta, A i x slobodni parametri. Logaritmiranjem se dobiva linearna jednadžba:

$$\log(\Gamma) = x \cdot \log(d) + \log(A)$$



Slika 3. Primjer grafa ovisnost efektivne konstante vezanja o udaljenosti između magneta prikazana na logaritamskoj skali.

Efektivna konstanta vezanja opada s trećom potencijom udaljenosti između magneta. Na Slici 3. prikazan je primjer eksperimentalnog rezultata koji je približan teorijskoj vrijednosti. Frekvencija titranja u protufazi veća je od frekvencije titranja u fazi za svaku od udaljenosti. Povećavanjem udaljenosti između magnetskih igala odnosno smanjivanjem efektivne konstante vezanja, frekvencije titranja u fazi i protufazi počinju se izjednačavati tj. približavati prirodnoj frekvenciji titranja.

3. Frekvencija udara

U posljednjem dijelu vježbe studenti trebaju analizirati snimku udara magnetnih igli i procijeniti frekvenciju udara. Igla u toku udara postepeno smanjuje svoju amplitudu od maksimalne vrijednosti dok se potpuno ne zaustavi, zatim se amplituda igle povećava do maksimalne vrijednosti, nakon toga se ponovno smanjuje dok ne dođe u nulu i zatim se ponovno povećava do maksimalne vrijednosti čime se igla vraća u početnu točku svog gibanja. Gibanje se ponavlja dok ga sila trenja potpuno ne zaustavi. Studenti iz videa procjenjuju period udara i računaju frekvenciju udara. Period udara je vrijeme koje je potrebno da igla prođe cijeli ciklus gibanja opisan iznad. U našem testiranju vježbe student je period titranja procijenio kao vrijeme koje prođe između dva uzastopna zaustavljanja igle, što je zapravo vrijeme $T/2$. To je dovelo da značajne razlike između izmjerenog i teorijskog rezultata. Teorijsku vrijednost frekvencije udara studenti računaju iz izraza:

$$\omega_{beats} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2}$$

Ovaj izraz zajedno s kratkim objašnjenjem što su to udari, treba dodati u studentsku verziju vježbe ukoliko studenti nisu upoznati s pojavom udara od ranije. Studenti trebaju usporediti izmjerenu i teorijsku vrijednost te prokomentirati moguće uzroke razlikovanja tih dviju vrijednosti.

Moguće modifikacije/proširenje vježbe

Posljednji dio vježbe može se izmijeniti tako da studenti izračunaju frekvenciju udara umjesto da ju samo procijene. Frekvenciju udara određuju pomoću grafa kuta odklona igle u vremenu. Studenti trebaju nacrtati graf ovisnosti kuta o vremenu za jednu iglu koja izvodi udar. Zatim podatke iz grafa trebaju prilagoditi funkciji oblika:

$$\theta(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \varphi_1) \sin(\omega_b t + \varphi_2)$$

gdje je A amplituda, γ koeficijent gušenja, ω frekvencija oscilacija, ω_b frekvencija udara, a φ_1 i φ_2 faze. Ovaj oblik funkcije uzima u obzir smanjenje amplitude titranja koje nastaje zbog trenja.

Studenti iz ove prilagodbe osim frekvencije udara mogu odrediti i ostale nepoznate parametre kao što je koeficijent gušenja.

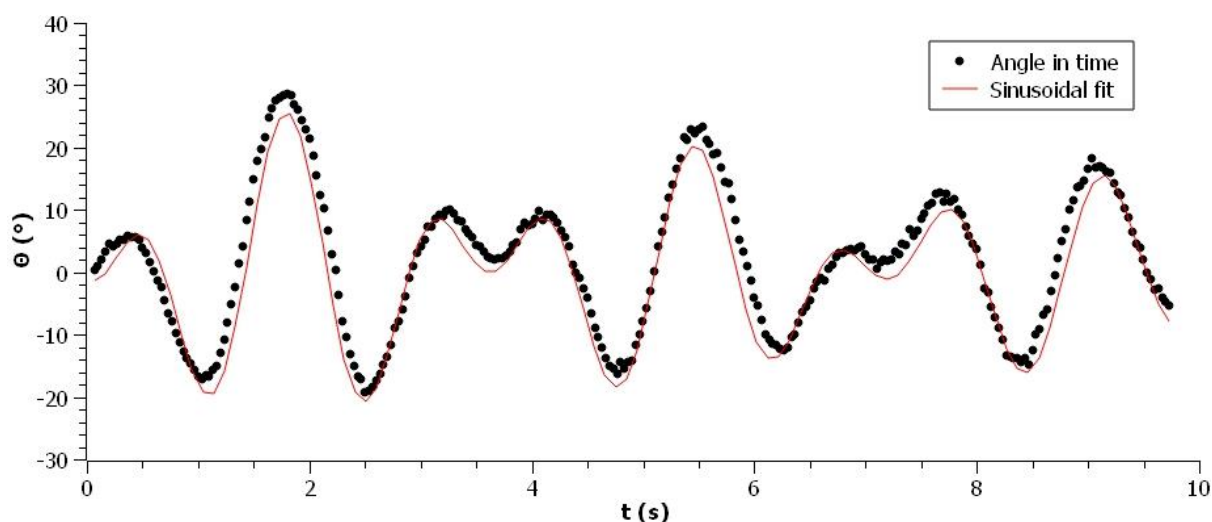
Podatke o ovisnosti kuta igle u vremenu studenti mogu dobiti u Trackeru. Gibanje magnetske igle u vremenu mogu pratiti pomoću opcije *Autotracking*. Proširene upute za korištenje Trackera, u kojima je postupak praćenja predmeta opisan po koracima, mogu se pronaći u prilogu vježbe „Trenje“ na našoj web stranici.

Studenti u aplikaciji trebaju izabrati dio magnetske igle koji žele pratiti i aplikacija tada može sama pronaći i zabilježiti položaj izabranog dijela igle u svakom trenutku. Nakon završetka postupaka praćenja magnetske igle, u Trackeru se mogu pronaći podaci o kutu odklona u vremenu. Podatke mogu kopirati i analizirati u bilo kojem softveru za analizu podataka.

U toku snimanja udara studenti trebaju posebno paziti da se mobitel ne pomiče zato jer pomicanje mobitela može utjecati na kut odklona koji se detektira na videu.

Kod analize videa koordinatni sustav treba se postaviti tako da se ishodište nalazi u središtu magnetne igle koju su odlučili pratiti, a x-os bude paralelna s tom iglom kada se ona nalazi u ravnotežnom položaju.

Ukoliko studenti ne znaju koristi neki softver u kojem mogu prilagoditi izmjerene podatke zadanoj sinusnoj funkciji mogu im se dati upute za korištenje aplikacije SciDAVis koje se mogu pronaći u prilogu vježbe „Titranje dizala“ na našoj web stranici.



```
[Wednesday, February 15, 2023 5:42:01 PM Central European Standard Time      Plot: "Graph3"]
Non-linear fit of dataset: Table1_angle, using function: A*exp(-g*x)*sin(w*x+f1)*sin(o*x+f2)
Y standard errors: Unknown
Scaled Levenberg-Marquardt algorithm with tolerance = 0.0001
From x = 0.067 to x = 9.732
A = 28.7982213646952 +/- 1.0064031687438
g = 0.0616486783723858 +/- 0.00686953592002057
w = 4.26720676295933 +/- 0.00657126060997928
f1 = 0.199735166652301 +/- 0.0335127844309465
o = 0.912117644450516 +/- 0.00686642491197265
f2 = -0.157869697010226 +/- 0.0304451948711375
-----
Chi^2 = 3,242.01509653439
R^2 = 0.914782866953481
```

Slika 4. Primjer prilagodbe kuta u vremenu na zadanu sinusnu funkciju. Svi nepoznati parametri navedeni su ispod grafa, gdje je A amplituda g koeficijent gušenja, w frekvencija titranja, o frekvencija udara, a $f1$ i $f2$ faze.