

Ovaj dokument nastao je u sklopu Erasmus+ projekta “Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning” (DigiPhysLab).

Više informacija: www.jyu.fi/digiphyslab

Titranje vezanih kompasa

Verzija za studente

14.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Ovo djelo licencirano je pod [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Titranje vezanih kompasa

Motivacija

Titranje je jedno od najčešćih gibanja u prirodi. Možemo naići na mnoge primjere gdje su dva titrajna sustava, ili više njih, međusobno povezani npr. titranje atoma povezanih u molekuli. U nastavi fizike obično se proučava primjer 2 njihala povezana elastičnom oprugom. Iako u prirodi nećemo naići na tijela povezana elastičnom oprugom, proučavanje ovog primjera je korisno jer se veliki broj vezanih titranja može modelirati kao titranje tijela povezanih elastičnom oprugom. Jedan od takvih primjera je vezano titranje magnetskih dipola gdje ulogu elastične opruge ima magnetska sila kojom dipoli međudjeluju. Dipol-dipol interakcije su česta pojava na mikroskopskoj razini. Primjer iz magnetizma su interakcije između jezgri i elektrona u atomima i molekulama čiji magnetski dipolni moment nastaje kao posljedica njihovih spinova. Cilj ove vježbe je istražiti vezano titranje 2 magnetska dipola.

Magnetska igla primjer je magnetskog dipola na makroskopskoj razini. Svaki dipol u blizini Zemlje osjeća Zemljino magnetsko polje koje je na samoj površini približno homogeno. Ukoliko postavimo 2 igle na dovoljno malu udaljenost one će osim Zemljinog magnetskog polja osjećati i polja jedna od druge. Uspostavit će se dipol-dipol interakcija i ukoliko zatitramo igle njihova titranja biti će zavisna.

Formalizam je analogan onom za titranje njihala povezanih oprugom. **Uzimamo da se osi igala u ravnotežnom položaju poklapaju i da su kutovi otklona mali.** Promatramo 3 slučaja za 3 različita početna uvjeta:

1) Titranje u fazi:

Magnetske igle su u trenutku $t = 0$ otklonjene od ravnotežnog položaja za isti kut $\theta_1 = \theta_2 = \theta_A$. Tada je kut otklona igala u vremenu opisan izrazom:

$$\theta_1(t) = \theta_2(t) = \theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \cdot t\right) \quad (1)$$

2) Titranje u protufazi:

U trenutku $t = 0$ jedna je igla otklonjena od ravnotežnog položaja za kut $\theta_1 = -\theta_A$, a druga za kut $\theta_2 = \theta_A$. Tada je kut otklona igala u vremenu opisan izrazima:

$$\theta_1(t) = \theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} \cdot t\right) \quad (2)$$

$$\theta_2(t) = -\theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} \cdot t\right) \quad (3)$$

3) Udari

U trenutku $t = 0$ jedna igla se nalazi u ravnotežnom položaju $\theta_1 = 0$, a druga je otklonjena za kut $\theta_2 = \theta_A$. Tada je kut otklona igala u vremenu opisan izrazima:

$$\theta_1(t) = \theta_A \cos\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \quad (4)$$

$$\theta_2(t) = -\theta_A \sin\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \quad (5)$$

U sva tri slučaja pretpostavljamo da je trenje između magnetskih igli i podloge zanemarivo.

Prirodna frekvencija titranja magnetske igle u Zemljinom magnetskom polju određena je izrazom:

$$\omega_0^2 = \frac{\mu B}{I}$$

gdje je μ magnetski moment igle, B horizontalna komponenta magnetskog pola Zemlje, a I moment inercije igle. Ω^2 je za slučaj magnetskih igli pokrata za:

$$\Omega^2 = \frac{\Gamma}{I}$$

gdje je Γ efektivna konstanta vezanja igala koja je analogna elastičnoj sili $F_{el} = -kx$ u slučaju tijela vezanih oprugom.

Efektivna konstanta vezanja može se odrediti pomoću frekvencija titranja u fazi i protufazi. Iz izraza (1) slijedi da je frekvencija titranja u fazi $\omega_1^2 = \omega_0^2 + \Omega^2$, a iz izraza (2) slijedi da je frekvencija titranja u protufazi $\omega_2^2 = \omega_0^2 + 3\Omega^2$. Kombinacijom izraza dobivamo:

$$\Gamma = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2}$$

Priprema za vježbu

Pročitajte upute za korištenje *Tracker-a* i riješite tamo postavljene zadatke.

Popis opreme

Mobitel, računalo s instaliranim *Trackerom* i softverom za analizu podataka, 2 jednake magnetne igle, papirnati kutomjer 360 °

Eksperimentalne vještine u fokusu

Planiranje eksperimenta, prikupljanje i analiza podataka

Zadaci

1. Postavite 1 magnetsku iglu na mjesto u kojem je jedino magnetsko polje koje značajno djeluje na iglu magnetsko polje Zemlje. Otklonite iglu iz ravnotežnog položaja i snimite njeno titranje mobitelom.
 - a. Iz videozapisa u *Trackeru* odredite period titranja i izračunajte prirodnu frekvenciju titranja magnetske igle ω_0 .
 - b. Izračunajte moment inercije magnetske igle. Modelirajte iglu kao tanku pravokutnu pločicu. Dimenzije pločice možete izmjeriti u *Trackeru*. *Napomena:* sami procijenite koliku širinu igle je najbolje uzeti za izračun kako bi model bio što bliži stvarnom objektu.

- c. Na službenoj stranici NOAA-e (<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield.shtml>) pronađite vrijednost horizontalne komponente magnetskog polja Zemlje za mjesto/grad u kojem radite eksperiment.
 - d. Izračunajte magnetski moment igle.
2. U ovom zadatku odrediti ćete kako efektivna konstanta vezanja ovisi o udaljenosti između magnetnih igli.
- a. Položite drugu iglu u blizinu prve i pustite ih da titraju u fazi. Snimite titranje i u *Trackeru* odredite frekvenciju titranja igala. Zadržite igle na istoj udaljenosti, a u *Trackeru* izmjerite koliko su igle udaljene jedna od druge kada se nalaze u ravnotežnom položaju.
 - b. Igle na istoj udaljenosti pustite da titraju u protufazi. Snimite titranje i u *Trackeru* odredite frekvenciju titranja igala.
 - c. Izračunajte efektivnu konstantu vezanja.
 - d. Ponovite mjerenja za još najmanje 5 udaljenosti između igala i odredite konstante vezanja za svaku udaljenost. Na jednoj od tih 5 udaljenosti pustite igle da titraju tako da nastanu udari. Snimite to titranje i sačuvajte video za kasniju analizu.
 - e. Odredite kako konstanta vezanja ovisi o udaljenosti između magnetskih dipola.
3. Iz video snimka udara kojeg ste prethodno snimili odredite (procijenite) frekvenciju udara. Pomoću jednadžbe (4) odredite kolika je teorijska vrijednost frekvencije udara za udaljenost na kojoj ste Vi snimali udare. Usporedite izmjerenu i teorijsku vrijednost frekvencije udara.

Smjernice za izvještaj

Napišite izvještaj prema zadacima iz vježbe. Za svaki dio vježbe kratko opišite kako ste proveli eksperiment i analizirali mjerne podatke. Diskutirajte ograničenja provedenih eksperimenata. Izvedite zaključke na temelju rezultata eksperimenata i prodiskutirajte ih. Komentirajte što se zbiva u granicama jakog i slabog vezanja magnetskih igli.