

Tämä tiedosto on luotu osana Erasmus+ -projektia ”Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning” (DigiPhysLab).

Lisää tietoa: www.jyu.fi/digiphyslab

Kompassineulojen kytketyt värähtelyt

Opiskelijan versio

14.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Tämä työ on julkaistu lisenssillä [the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Kompassineulojen kytketyt värähtelyt

Motivaatio

Värähtelyt ovat yksi yleisimmistä luonnossa esiintyvistä liikkeen muodoista. Esimerkiksi molekyyliin sidottujen atomien värähtelyt ovat esimerkki siitä, kun kahden tai useamman kappaleen värähtely on kytköksissä toisiinsa. Fysiikan kursseilla tarkastellaan usein tapausta, jossa kaksi heiluria on kytketty toisiinsa jousella. Tällaisen esimerkin tarkastelu on hyödyllistä, sillä vaikka jousella kytkettyjä kappaleita ei tule vastaan luonnossa, erittäin monia värähteleviä systeemejä voidaan mallintaa ikään kuin jousella toisissaan kiinni olevina kappaleina. Yksi tällainen esimerkki on magneettisten dipolien kytketty värähtely. Tällöin jousen virkaa toimittaa magneettinen voima, joka vaikuttaa kahden dipolin välillä. Dipoli-dipoli-vuorovaikutukset ovat mikroskooppisella tasolla yleinen ilmiö. Esimerkiksi nukleonien ja elektronien sisäiset spinin aiheuttavat niille magneettisen dipolimomentin. Tässä työssä tavoitteena on tutkia kahden magneettisen dipolin kytkettyä värähtelyä.

Magneettinen neula on esimerkki makroskooppisen tason magneettisesta dipolista. Maapallon läheisyydessä oleva magneettinen dipoli tuntee Maan magneettikentän vaikutuksen. Maan magneettikenttä on Maan pinnalla paikallisesti lähes homogeeninen. Kun kaksi magneettista neulaa asetetaan sopivan pienelle etäisyydelle toisistaan, kumpaankin neulaan vaikuttaa sekä toisen neulan että Maan magneettikenttä. Neulojen välillä on siis dipoli-dipoli-vuorovaikutus ja jos neulat laitetaan värähtelemään, niiden välinen värähtely on kytkettyä.

Teoreettinen formalismi on tässä analoginen jousella kytkettyjen heilureiden kanssa. **Oletettakoon, että pituussuunnassa neulojen läpi kulkevat akselit ovat tasapainoasemassa samalla suoralla, ja että kulmat, joilla neuloja poikkeutetaan tasapainoasemasta, ovat pieniä.** Seuraavassa esitellään kolme tapausta kolmella eri alkuehdolla:

1) Samanvaiheiset värähtelyt:

Poikkeutetaan kumpaakin neulaa tasapainoasemasta ajanhetkellä $t = 0$ saman kulman $\theta_1 = \theta_2 = \theta_A$ verran. Tällöin poikkeamaa tasapainosta kuvaaville kulmille pätee ajan funktiona

$$\theta_1(t) = \theta_2(t) = \theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \cdot t\right) \quad (1)$$

2) Vastakkaisen vaiheen värähtelyt:

Poikkeutetaan toista neulaa tasapainoasemasta ajanhetkellä $t = 0$ kulman $\theta_1 = -\theta_A$ verran ja toista neulaa kulman $\theta_2 = \theta_A$ verran. Tällöin poikkeamaa tasapainosta kuvaaville kulmille pätee ajan funktiona

$$\theta_1(t) = \theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} \cdot t\right) \quad (2)$$

$$\theta_2(t) = -\theta_A \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} \cdot t\right). \quad (3)$$

3) Huojunta

Jos ajanhetkellä $t = 0$ toinen neuloista on tasapainoasemassa $\theta_1 = 0$ ja toista neulaa poikkeutetaan kulman $\theta_2 = \theta_A$ verran, niin poikkeamaa tasapainosta kuvaaville kulmille pätee ajan funktiona

$$\theta_1(t) = \theta_A \cos\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \quad (4)$$

$$\theta_2(t) = -\theta_A \sin\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2} \cdot t\right). \quad (5)$$

Kaikissa kolmessa tapauksessa oletetaan, että neulojen ja alustan välinen kitka on merkityksettömän pientä. Yllä esitetyissä yhtälöissä ω_0 on Maan magneettikentässä värähtelevän neulan perustaajuus, jota kuvaa yhtälö

$$\omega_0^2 = \frac{\mu B}{I},$$

missä μ on neulan magneettinen momentti, B Maan magneettivuon tiheyden vaakasuuntainen komponentti ja I neulan hitausmomentti. Lisäksi käytetään lyhennettä

$$\Omega^2 = \frac{\Gamma}{I},$$

missä Γ on neulojen efektiivinen kytkentätekijä, joka on analoginen jousilla kytketyn systeemin palauttavan voiman $F_{el} = -kx$ jousivakion kanssa.

Efektiivinen kytkentätekijä voidaan laskea samassa ja vastakkaisissa vaiheissa värähtelevien neulojen taajuuksista. Yhtälöstä (1) seuraa, että samanvaiheisen värähtelyn taajuus on $\omega_1^2 = \omega_0^2 + \Omega^2$ ja yhtälöstä (2), että vastakkaisessa vaiheessa värähtelevien neulojen taajuus on $\omega_2^2 = \omega_0^2 + 3\Omega^2$. Yhdistämällä nämä kaksi yhtälöä saadaan

$$\Gamma = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2}.$$

Ennakkotehtävä

Lue *Trackerin* käyttöön annetut ohjeet ja tee ohjeissa annetut tehtävät.

Välinelista

Älypuhelin, tietokone, johon on asennettu *Tracker*, kaksi samanlaista magneettista neulaa jalustoilla, paperinen 360° astemitta.

Harjoitettavat kokeellisen työskentelyn taidot

Kokeen suunnittelu, datan kerääminen ja analysointi

Työn kuvaus

1. Aseta yksi magneettinen neula sellaiseen paikkaan, jossa Maan magneettikenttä on ainoa siihen oleellisesti vaikuttava kenttä. Poikkeuta neulaa tasapainoasemastaan, ja videoi sen värähtely puhelimesi kameralla.
 - a. Määritä värähtelyn jaksonaika analysoimalla video *Trackerilla*. Laske magneettisen neulan värähtelyn perustaajuus ω_0 .
 - b. Laske neulan hitausmomentti. Mallinna neulaa ohuena suorakulmaisena levynä. Voit mitata neulan mitat *Trackerissa*.

Huom: Arvioi, mistä kohtaa neulaa sen leveys tulee arvioida, jotta käytetty malli vastaa todellista neulaa mahdollisimman hyvin.

- c. Löydät Maan magneettikentän vaakasuoran komponentin arvon NOAA:n verkkosivuilta (<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield.shtml>) paikalle/kaupungille, jossa koetta suoritat.
 - d. Laske neulan magneettinen momentti.
2. Tässä työssä tutkit kuinka efektiivinen kytkentätekijä riippuu magneettisten neulojen välisestä etäisyydestä.
- a. Aseta toinen neula ensimmäisen lähelle ja laita ne värähtelemään samanvaiheisesti. Videoi jälleen värähtely älypuhelimellasi ja määritä sen taajuus *Trackerilla*. Pidä neulat samalla etäisyydellä toisistaan ja määritä *Trackerilla* myös, kuinka kaukana neulat ovat toisistaan, kun ne ovat tasapainoasemassaan.
 - b. Pidä neulat samalla etäisyydellä toisistaan ja laita ne värähtelemään vastakkaisissa vaiheissa. Videoi värähtely älypuhelimellasi ja määritä sen taajuus *Trackerilla*.
 - c. Laske efektiivinen kytkentätekijä.
 - d. Toista mittaukset vähintään viidelle eri etäisyydelle neulojen välillä ja määritä efektiivinen kytkentätekijä kullekin etäisyydelle. Valitse jokin näistä etäisyyksistä ja laita neulat värähtelemään siten, että värähtelyssä esiintyy huojuntaa. Videoi värähtely ja tallenna video analyysia varten.
 - e. Määritä efektiivisen kytkentätekijän riippuvuus etäisyydestä magneettisten dipolien välillä.
3. Määritä (arvioi) huojunnan taajuus edellisessä kohdassa ottamastasi videosta, jolla huojuntaa esiintyy. Laske myös teoreettinen arvo huojunnan taajuudelle kyseisellä neulojen etäisyydellä yhtälöstä (4). Vertaile mitattua ja teoreettista arvoa keskenään.

Arviointi

Kirjoita työstäsi raportti. Kuvaile kussakin työn vaiheessa koejärjestelyäsi, kokeen kulkua ja data-analyysiasi. Pohdi kokeen rajoitteita. Tee kokeen tulosten pohjalta perustellut johtopäätökset. Kommentoi, mitä tapahtuu heikon ja vahvan kytkennän rajalle. Rakenna argumenttisi keräämäsi datan ja sen graafisten esityksien pohjalta.