

Dieses Dokument wurde im Rahmen des Erasmus+ Projekts "Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning" (Di-giPhysLab) erstellt. Weitere Informationen: www.jyu.fi/digiphyslab

Gekoppelte Kompassschwingungen

Version für Lehrende

25.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Dieses Werk ist lizenziert unter [der Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Gekoppelte Kompassschwingungen – Version für Lehrende

Aufgabenübersicht

- Themen: Magnetismus, magnetisches Moment, gekoppelte Oszillatoren, effektive Kopplungskonstante
- Zielgruppe: Physik- und Physik-Lehramtsstudierende (>1. Jahr)
- Zeitrahmen: > 4 Stunden, um Experimente durchzuführen, Daten zu analysieren und einen Bericht zu schreiben, aber es ist schwierig, die genaue Zeit für die Durchführung des Experiments und die Analyse der Daten abzuschätzen, da dies von den experimentellen Fähigkeiten der Studierenden abhängt.
- Die Frage kann im Rahmen eines Praktikums durchgeführt werden, aber den Studierenden sollte Zeit gegeben werden, zu Hause die Datenanalyse abzuschließen und den Bericht zu schreiben.
- Es wird empfohlen, dass die Studierenden die Aufgabe selbstständig zu Hause erledigen und dann den Lehrenden/Betreuenden einen Bericht vorlegen (in schriftlicher Form oder als mündliche Präsentation). Wenn es Schwierigkeiten gibt, können die Studierenden die Hilfe der Lehrenden/Betreuenden per E-Mail oder in einer Videokonferenz erhalten.
- Wenn die Schüler genügend Zeit haben, wird empfohlen, die Aufgabe um die am Ende dieses Dokuments beschriebene zusätzliche Analyse zu ergänzen.

In dieser Aufgabe untersuchen die Studierenden die Phänomene gekoppelter Schwingungen am Beispiel der gekoppelten Schwingungen zweier magnetischer Dipole, d. h. zweier Magnetnadeln. Die Studierenden sollen das magnetische Moment und das Trägheitsmoment der Nadel bestimmen, untersuchen, wie die effektive Kopplungskonstante vom Abstand zwischen den Nadeln abhängt, und die Frequenz der Schwebung für einen Abstand zwischen den Nadeln bestimmen. Die Aufgabe ist offen gestaltet und die Studierenden kennen nicht die "genauen Ergebnisse", die sie erzielen müssen.

Benötigte Ausrüstung

- Smartphone
- Ein Computer mit einer Videoanalysesoftware (z. B. *Tracker*) und einer Datenanalysesoftware (z. B. *Excel* und *SciDAVis*)
- Zwei gleiche Magnetnadeln auf kleinen Stativen
- 360°-Winkelscheibe (z. B. aus Papier ausgedruckt)

Wichtig ist, dass die Reibung zwischen den Magnetnadeln und den Stativen so gering wie möglich ist. Die Reibung sollte klein genug sein, dass die Magnetnadel mindestens 5 bis 6 volle Schwingungen ausführen kann, nachdem sie aus ihrer Gleichgewichtsposition ausgelenkt wurde.

Während der Pilotierung dieser Aufgabe haben die Studierenden *Tracker* für die Videoanalyse und *Excel* und *SciDAVis* für die Datenanalyse verwendet. Anweisungen zur Verwendung der drei aufgeführten Software finden Sie auf unserer Website in anderen Aufgabendokumenten.

Vorbereitende Aufgaben

Während der Aufgabebearbeitung müssen die Studierenden die Frequenz verschiedener Schwingungen bestimmen. Sie filmen die Schwingungen mit einem Smartphone und bestimmen dann die Periodendauer und Frequenz mittels Videoanalyse. Falls die Studierenden noch nicht wissen, wie eine Videoanalysesoftware verwendet wird, wird empfohlen, dass sie eine einfache vorbereitende Aufgabe bearbeiten, bevor sie mit der Bearbeitung der eigentlichen Aufgabe beginnen. Die bereitgestellte

vorbereitende Aufgabe enthält Anweisungen zur Verwendung von *Tracker*, die sie benötigen, um die eigentliche Aufgabe zu bearbeiten. Wenn die Studierenden bereits wissen, wie eine andere Videoanalyse-Software benutzt wird, können sie die Software ihrer Wahl verwenden.

Kommentare und Vorschläge zur Bearbeitung der Aufgabe

Die Idee ist, dass die Studierenden die Aufgabenanweisungen und das notwendige Equipment (zwei Magnetnadeln auf den Stativen und 2 Winkelscheiben) erhalten und das Experiment und die Datenanalyse selbstständig zu Hause durchführen.

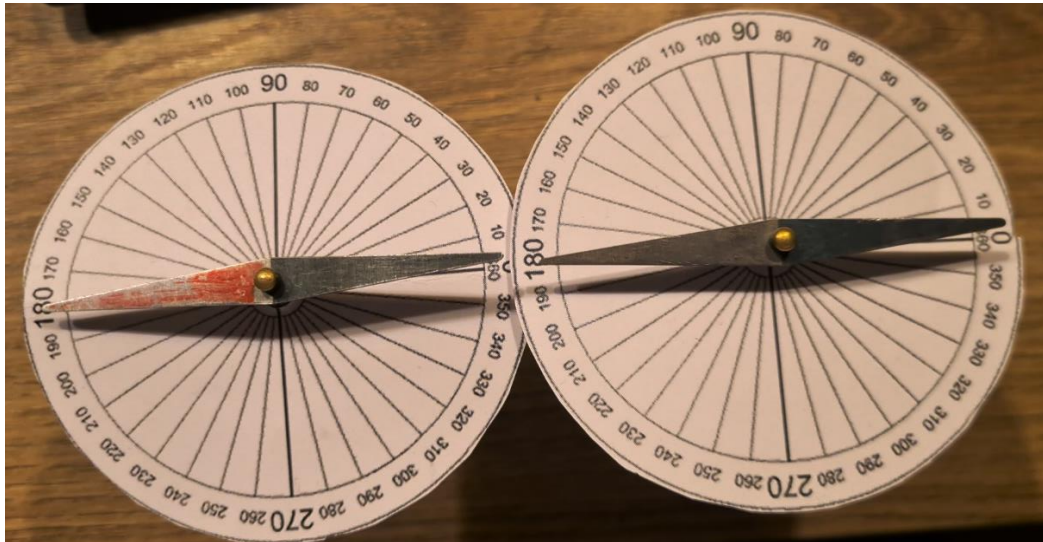


Abbildung 1. Ein Beispiel für einen Versuchsaufbau. Zwei gleiche Magnetnadeln befinden sich auf gleichen Stativen. Die Winkelscheiben werden unter den Stativen platziert, sodass die Studierenden bestimmen können, aus welcher Auslenkungsposition sie die Nadeln schwingen lassen.

1. Bestimmung des magnetischen Moments der Magnetnadel

In diesem Teil der Aufgabe müssen die Studierenden, um das magnetische Moment der Nadel zu bestimmen, die Eigenfrequenz und das Trägheitsmoment der Magnetnadel bestimmen und den Wert der horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes für den Ort/die Stadt finden, an dem sie das Experiment durchführen.

- In der Nähe der Nadel sollten sich kein magnetisiertes Objekt befinden.
- Es ist immer besser, die Zeit mehrerer Schwingungen zu messen und die Periodendauer aus dieser Zeit zu berechnen, als nur eine Periode zu messen.

Um das Trägheitsmoment zu berechnen, wird die Nadel als dünne rechteckige Platte modelliert. Da die Nadeln nicht überall die gleiche Breite haben, muss bestimmt werden, welche Breite für die Berechnung verwendet wird. Die Studierenden sollten eine Breite wählen, die größer als die durchschnittliche Breite der Nadel ist, da der größte Teil der Nadelmasse in der Nähe der Drehachse positioniert ist.

2. Bestimmung der Abhängigkeit der effektiven Kopplungskonstante vom Abstand zwischen den Magnetnadeln

In diesem Teil der Aufgabe sollen die Studierenden phasengleiche und gegenphasige Schwingungen der Nadeln für verschiedene Abstände zwischen den Nadeln erzeugen. Aus den Frequenzen der phasengleichen und gegenphasigen Schwingungen können sie die effektive Kopplungskonstante für jeden Abstand der Nadeln berechnen. Aus den Messdaten müssen sie die Abhängigkeit der effektiven Kopplungskonstanten vom Abstand zwischen den Magnetnadeln ableiten.

Datenerhebung und -analyse

Die Studierenden müssen die Nadeln so positionieren, dass ihre Achsen in der Gleichgewichtsposition übereinstimmen. Für phasengleiche Schwingungen lenken sie beide Nadeln aus der Gleichgewichtsposition um den gleichen Winkel in die gleiche Richtung aus; für gegenphasige Schwingungen lenken sie die Nadeln um den gleichen Winkel in entgegengesetzte Richtungen aus. Der Auslenkungswinkel sollte 30° nicht überschreiten. Aus der einführenden Theorie sollen die Studierenden selbst ableiten, welche Anfangsbedingungen für die Oszillation sie in jedem Experiment festlegen sollen. Die Studierenden verwenden *Tracker*, um für einen bestimmten Abstand zwischen den Nadeln die Frequenz der phasengleich bzw. gegenphasig oszillierenden Nadeln zu bestimmen. Unter Verwendung dieser Frequenzen und des Trägheitsmoments der Nadeln berechnen sie dann die effektive Kopplungskonstante für diesen Abstand zwischen den Nadeln. Sie müssen Messungen für mindestens 6 Abstände wiederholen.

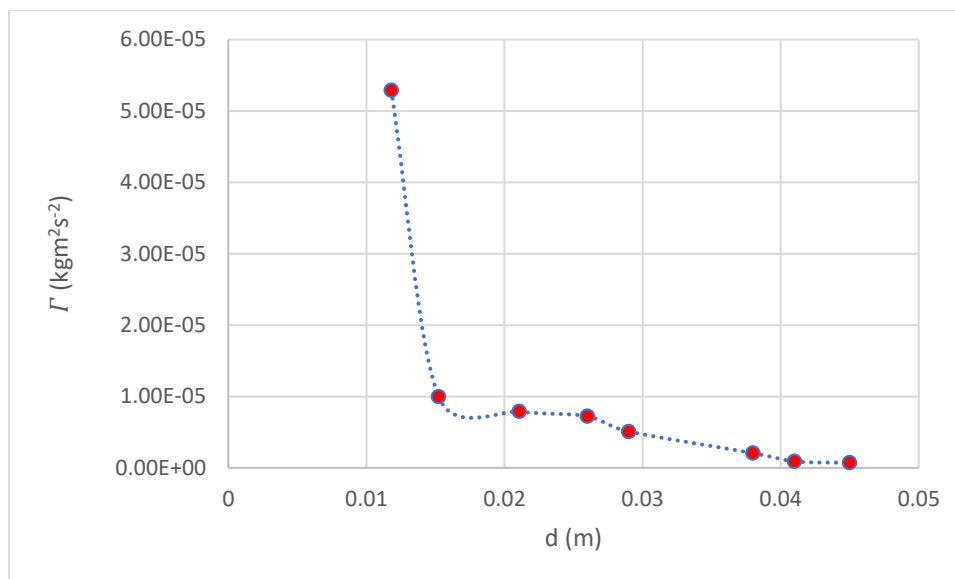


Abbildung 2. Ein Beispielgraph zur Abhängigkeit der effektiven Kopplungskonstanten vom Abstand zwischen Magnetnadeln.

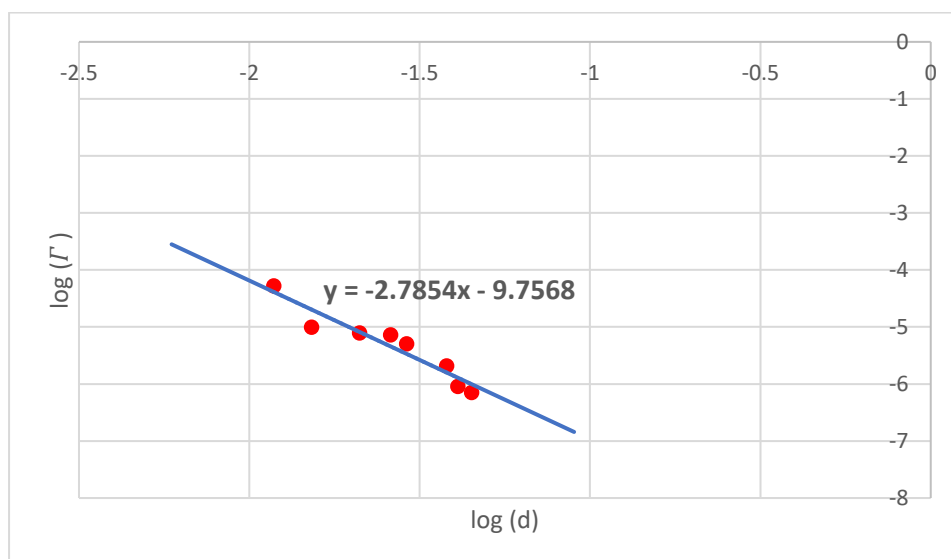


Abbildung 3. Ein Beispiel für einen Graphen zur Abhängigkeit der effektiven Kopplungskonstanten vom Abstand zwischen Magneten auf einer logarithmischen Skala.

Es wird davon ausgegangen, dass für Abhängigkeit $\Gamma = A \cdot d^x$ gilt, wobei Γ die effektive Kopplungskonstante, d der Abstand zwischen den Magnetnadeln und A und x die freien Parameter sind. Logarithmieren ergibt eine lineare Gleichung:

$$\log(\Gamma) = x \cdot \log(d) + \log(A).$$

Die effektive Kopplungskonstante nimmt mit der dritten Potenz des Abstands zwischen den Magnetnadeln ab. Abbildung 3 zeigt ein Beispiel für ein experimentelles Ergebnis, das dem theoretischen zu erwartenden Verlauf entspricht. Die Frequenz der gegenphasigen Schwingung ist größer als die Frequenz der Phasenschwingungen für jeden der Abstände. Durch die Vergrößerung des Abstands zwischen den Magnetnadeln, d. h. durch Verringerung der effektiven Kopplungskonstante gleichen sich die Frequenzen von phasengleicher und gegenphasiger Schwingung an, d. h. sie nähern sich der Resonanzfrequenz.

3. Frequenz der Schwebung

Im letzten Teil der Aufgabe müssen die Studierenden die Schwebung der Magnetnadeln analysieren. Während der Schwebung nimmt die Amplitude der Nadeloszillation allmählich von ihrem Maximum ab bis sie Null erreicht, dann steigt die Amplitude der Oszillation allmählich auf den Maximalwert an und nimmt dann wieder ab bis sie wieder Null erreicht; und dann nimmt sie wieder bis zum Maximalwert zu, sodass die Nadel zurück zur Ausgangsposition der Bewegung kommt. Dieses Verhalten wiederholt sich, bis die Oszillation durch die Reibungskraft allmählich ausklingt. Die Studierenden schätzen die Frequenz der Schwebung durch die Videoanalyse ab. Die Periodendauer der Schwebung ist die Zeit, die während des gesamten oben beschriebenen Zyklus vergeht. Bei der Pilotierung der Aufgabe schätzten die Studierenden die Periodendauer der Schwebung als jene Zeit, die zwischen zwei Momenten vergeht, in denen die Nadel anhält, was eigentlich der Zeit $T/2$ entspricht. Dies führte zu einer Diskrepanz zwischen dem gemessenen und dem theoretischen Wert. Der theoretische Wert der Frequenz der Schwebung wird mit dem Ausdruck

$$\omega_b = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 3\Omega^2} - \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}}{2}$$

berechnet. Diese Gleichung sollte zusammen mit der kurzen Beschreibung der Schwebung dem Aufgabendokument für die Studierenden hinzugefügt werden, wenn die Studierenden keine Vorkenntnisse zu Schwebungen haben. Die Studierenden müssen den gemessenen mit dem theoretischen Wert vergleichen und Gründe für mögliche Unterschiede diskutieren.

Mögliche Änderung/Erweiterung der Aufgabe

Der letzte Teil der Aufgabe kann so modifiziert werden, dass die Studierenden die Frequenz der Schwebung berechnen, anstatt sie nur zu schätzen. Sie erhalten die Schlagfrequenz aus der zeitlichen Änderung des Auslenkungswinkels der Nadeln. Die Studierenden müssen für eine Nadel in Schwebung einen Graphen für den Auslenkungswinkel in Abhängigkeit von der Zeit erstellen. Dann müssen sie den Graphen mit der Funktion

$$\theta(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \varphi_1) \sin(\omega_b t + \varphi_2),$$

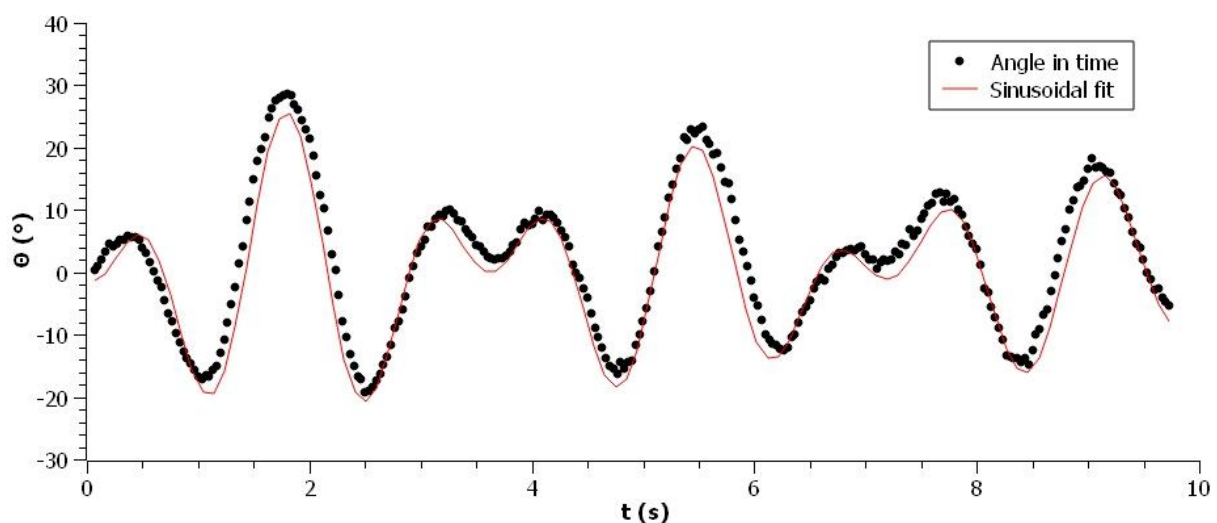
fitte, wobei hier A die Amplitude, γ der Dämpfungskoeffizient, ω die Frequenz der Schwingungen und ω_b die Frequenz der Schwebung ist und φ_1 und φ_2 die Phasenwinkel der beiden Nadeln sind. Diese Funktion berücksichtigt die Abnahme der Amplitude, die durch Reibung auftritt. Aus dieser Fitgleichung können die Studierenden neben der Frequenz der Schwebung weitere unbekannte Parameter wie den Dämpfungskoeffizienten ableiten.

Daten über die Abhängigkeit des Nadelwinkels von der Zeit können in *Tracker* abgerufen werden. Die Studierenden können die zeitabhängige Bewegung der Magnetnadel rechtzeitig mit der Option *Autotracking* verfolgen. Eine ausführliche Anleitung zur Nutzung von *Tracker*, in der das Tracking-Verfahren Schritt für Schritt beschrieben wird, finden Sie im Anhang der Aufgabe "Sliding Smartphone" auf unserer Website.

In dem Programm müssen die Studierenden einen Teil der Nadel auswählen, den sie verfolgen möchten und das Programm kann dann die Position des ausgewählten Teils der Nadel jederzeit finden und markieren. Nach Abschluss des Trackings finden Sie in *Tracker* Daten zum Auslenkungswinkel über der Zeit. Die Daten können in jede Datenanalysesoftware kopiert und dort analysiert werden.

Beim Filmen der Schwebung sollten die Schüler besonders darauf achten, dass sich das Smartphone nicht bewegt, da die Bewegung den über das Video bestimmten Auslenkungswinkel beeinflussen kann. Bei der Analyse des Videos sollte das Koordinatensystem so positioniert werden, dass sich der Ursprung in der Mitte jener Magnetnadel befindet, deren Bewegung sie verfolgen möchten, und die x-Achse parallel zur Nadel verläuft, wenn diese sich in der Gleichgewichtsposition befindet.

Wenn die Studierenden nicht wissen, wie sie die Software bedienen sollen, mit der sie die Messdaten mit der gegebenen Sinusfunktion fitten können, können sie eine Anleitung zur Verwendung von *SciDAVis* erhalten, die im Anhang zur Aufgabe "Schwingung einer Aufzugkabine" auf unserer Website zu finden ist.



```
[Wednesday, February 15, 2023 5:42:01 PM Central European Standard Time    Plot: "Graph3"]
Non-linear fit of dataset: Table1_angle, using function: A*exp(-g*x)*sin(w*x+f1)*sin(o*x+f2)
Y standard errors: Unknown
Scaled Levenberg-Marquardt algorithm with tolerance = 0.0001
From x = 0.067 to x = 9.732
A = 28.7982213646952 +/- 1.0064031687438
g = 0.0616486783723858 +/- 0.00686953592002057
w = 4.26720676295933 +/- 0.00657126060997928
f1 = 0.199735166652301 +/- 0.0335127844309465
o = 0.912117644450516 +/- 0.00686642491197265
f2 = -0.157869697010226 +/- 0.0304451948711375

-----
Chi^2 = 3,242.01509653439
R^2 = 0.914782866953481
```

Abbildung 4. Ein Beispiel aus der Pilotierung der Aufgabe für den Fit des Auslenkungswinkels über der Zeit mit der gegebenen Sinusfunktion. Alle unbekannten Parameter sind unterhalb der Grafik aufgeführt, wobei A die Amplitude, g den

Dämpfungsfaktor, w die Schwingungsfrequenz, ω die Frequenz der Schwebung und f_1 und f_2 die Phasenwinkel der beiden Nadeln ist.