

Dieses Dokument wurde im Rahmen des Erasmus+ -Projekts "Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning" (Di-giPhysLab) erstellt. Mehr Infos: www.jyu.fi/digiphyslab

Schwingung einer Aufzugskabine

Lehrendenversion

28.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Schwingung einer Aufzugskabine

Motivation

Das Federpendel ist ein typisches Mechanik-Experiment, um zum Beispiel die Materialeigenschaften von Federn, das Hookesche Gesetz oder einfache Schwingungsprozesse zu diskutieren. In Vorlesungen und Praktika werden dabei häufig kleine Federn und Massestücke verwendet, sodass streng genommen das Hookesche Gesetz nur für eine kleine Größenordnungen untersucht wird. In diesem Experiment werden Sie daher eine *large-scale*-Version des Federpendels untersuchen. Als Versuchsaufbau dient dabei ein Personenaufzug. Dieser besteht häufig aus einer Kabine und einem Seil, an dem die Kabine herabgelassen und wieder hinaufgezogen wird. Steht der Aufzug fest auf einer Etage und springt man dann im Aufzug auf und ab, spürt man eine Schwingung, die auf das schwingende Aufzugsseil zurückzuführen ist. Diese Schwingung kann mithilfe des Smartphones gemessen werden.

Ziel dieser Aufgabe ist es, den Zusammenhang zwischen der Periodendauer einer schwingenden Aufzugskabine und der Länge des Aufzugsseils zu untersuchen. Dabei werden Sie mit der Diskreten Fourier-Transformation eine neue Analysemethode kennenlernen und anwenden, die eine präzise Bestimmung der Periodendauer ermöglicht.

Experimentiermaterialien

Smartphone mit *phyphox*, Gebäude mit mehreren Stockwerken und Aufzug, Computer zur Datenanalyse, Klebeband, evtl. klare Plastiktüte (Schutz des Smartphones beim Befestigen mit Klebeband)

Adressierte experimentelle Fähigkeiten und inhaltliche Themen

Experimentelle Fähigkeiten: Planung des Versuches, Erfassung von Messdaten, Analysieren von Daten mithilfe der Diskreten Fourier-Transformation

Themen der Experimentalphysik: Beschleunigte Bewegung, Federpendel, Schwingungen

Mathematische Methoden: Fourier-Transformation, komplexe Zahlen

+ **für Physikstudierende:** erster Einblick in moderne Signalverarbeitung

+ **für Lehramt:** Analyse einer Alltagssituation

Sie erhalten nun sämtliche Materialien für das Experiment *Schwingung einer Aufzugskabine*, bei dem Sie das Schwingungsverhalten einer Aufzugskabine auf unterschiedlichen Etagen mit Ihrem Smartphone untersuchen. Nachfolgend finden Sie zunächst Materialien zur Vorbereitung auf das Experiment, dann das eigentliche Aufgabendokument zum Experiment sowie die Hilfsmaterialien (I) bis (II).

Die Vorbereitung

Bereiten Sie sich mithilfe der folgenden Materialien inhaltlich vor, bevor Sie Ihr Experiment planen und durchführen. Bearbeiten Sie dazu auch die zugehörigen Teilaufgaben.

Technische Vorbereitung

1. Bitte installieren Sie auf dem Smartphone die kostenlose App *phyphox*. Prüfen Sie, ob Daten aus *phyphox* lokal auf Ihrem Smartphone gespeichert werden können. Bei Android-Geräten ist hierzu in der Regel eine kostenfreie Dateiverwaltungsapp wie z. B. *Total Commander* zu installieren.
2. Bitte organisieren Sie sich einen Zugang zu Python. Dazu können Sie browserbasierte jupyter-Notebooks benutzen, beispielsweise bei *google colab* oder direkt unter www.jupyter.org.

Inhaltliche Vorbereitung I

3. **Lesen Sie die untenstehenden Informationen zu den Schwingungen eines Aufzugs und der Diskreten Fourier-Transformation durch und bearbeiten Sie die dazugehörigen Aufgaben.** Der Fokus sollte auf einem konzeptionellen Verständnis des Experiments (Ziel und Theorie) und der Analyse-methode der Diskreten Fourier-Transformation (DFT) liegen. Die DFT werden Sie zur Analyse der Schwingungen benötigen. Für weitere Informationen lesen Sie das Paper von Kuhn et al. (2014), auf dem diese Experimentieraufgabe basiert: <https://aapt.scitacion.org/doi/10.1119/1.4849161>.

Schwingungen des Aufzugs

Eine an einem Seil hängende Aufzugskabine der Masse M kann vereinfacht als Federpendel modelliert werden. Durch Hüpfen im Aufzug kann dieses System in Schwingung versetzt werden. Mit der Federkonstante k des Seils gilt dann für die Schwingungsdauer dieser Oszillation $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$. Dabei ist die Federkonstante $k = \frac{E \cdot A}{l}$ antiproportional von der Seillänge l und proportional von dem Elastizitätsmodul E und dem Seilquerschnitt A abhängig. Eingesetzt in die Formel für die Schwingungsdauer gilt $T = 2\pi \sqrt{\frac{M \cdot l}{E \cdot A}}$, d. h. das Quadrat der Schwingungsdauer T^2 sollte proportional zur Seillänge l sein. Dieser Zusammenhang kann überprüft werden, in dem man für verschiedene Stockwerke die Seillänge und die quadratische Schwingungsdauer bestimmt.

Vorbereitende Aufgaben zum physikalischen Hintergrund/Experiment:

- 3a) Recherchieren und skizzieren Sie den Aufbau und die Funktionsweise eines Aufzugs mit Seilantrieb. Beschreiben Sie dann verschiedene Möglichkeiten (z. B. mit und ohne Smartphone-Nutzung), wie Sie die Seillänge der Aufzugskabine für die einzelnen Etagen eines Gebäudes bestimmen können.
- 3b) Recherchieren und beschreiben Sie, mit welchen Sensoren Ihres Smartphones Sie die Schwingungen der Aufzugskabine messen können.

Die Diskrete Fourier-Transformation

Das Springen im Aufzug versetzt den Aufzug in eine periodische Schwingung, die mithilfe der Smartphone-Sensoren gemessen werden kann. Idealerweise könnte man direkt aus den Rohdaten, z. B. graphisch, die Periodendauer der Schwingung ablesen. Jedoch ist zu erwarten, dass weitere Schwingungen, z. B. Oberschwingungen oder vom Seil unabhängige Schwingungen (z. B. Eigenschwingungen der Aufzugskabine) sich überlagern und die präzise Bestimmung der zur Seilschwingung gehörenden Periodendauer erschweren. Hierfür gibt es mit der Fourier-Transformation allerdings ein mathematisches Werkzeug, das eine Identifikation der in einem Signal auftretenden Frequenzen erlaubt.

Bei einer Diskreten Fourier-Transformation werden N diskrete Messwerte $\{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$, die jeweils über einen Zeitabstand $\frac{T}{N}$ aufgenommen wurden, betrachtet. Es wird nun angenommen, dass dem Signal bestehend aus den Messwerten $\{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$ eine kontinuierliche Funktion zugrunde liegt, d. h., dass das Signal nach N Werten periodisch fortgesetzt und durch eine Funktion approximiert werden kann. Diese Approximation folgt dabei nach dem Prinzip, dass eine periodische Funktion als Überlagerung kontinuierlicher Sinusfunktionen verschiedener Frequenzen approximiert werden kann. (Dies ist vergleichbar mit dem Konzept der Taylorreihe, bei dem eine Funktion durch eine Summe von Potenzfunktionen approximiert wird.)

Dadurch motiviert sich nun die Definition der Diskreten Fourier-Transformation, jener Funktion, die die Messwerte $\{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$ auf die dazugehörigen Amplituden $\{X_0, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ abbildet. Definiert sind diese durch

$$X_k := \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{i2\pi}{N}kn}, \quad (1)$$

wobei der Exponent $\frac{i2\pi}{N}kn$ umgeschrieben werden kann zu $\frac{i2\pi}{N}kn = \frac{i2\pi}{T}kn \frac{T}{N} = i\omega_k n \frac{T}{N}$ mit der Frequenz $\omega_k = \frac{2\pi}{T}k$, die zum Zeitpunkt $n \frac{T}{N}$ getestet wird. Die Werte $\{X_0, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ geben also Amplituden an, die über die möglichen Frequenzen ω_k und die Messwerte $\{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$ ermittelt wurden. In Aufgabe 3c) werden Sie zeigen, dass diese Definition tatsächlich eine Summe von sinusförmigen Funktionen mit den entsprechenden Frequenzen beschreibt.

Analog lässt sich nun auch eine Funktion definieren, die die Amplituden X_k wieder auf die Messwerte x_n zurückabbildet. Diese inverse DFT ist, wie Sie in Aufgabe 3d) zeigen werden, gegeben durch

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{\frac{i2\pi}{N}kn}. \quad (2)$$

Diese Vorschrift zeigt, dass jeder Messwert auch wieder als eine Summe sinusförmiger Funktionen mit den Amplituden X_k beschrieben werden kann. Damit ist nun klar, dass durch die DFT angegeben werden kann, wie stark eine gewisse Frequenz in den Messdaten vertreten ist. Eine Fourier-Transformation ergibt also N komplexe Amplituden X_k und die dazugehörigen Frequenzen ω_n sind umso stärker im Signal vertreten, je größer der Betrag dieser Amplituden $|X_k|$ ist.

Für die konkrete Anwendung der DFT können verschiedene Algorithmen verwendet werden. In dem bereitgestellten Python-Skript ist der sogenannte *Fast-Fourier-Transform-Algorithmus* (FFT) implementiert. Dieser gibt die Amplituden eines Frequenzspektrums von $-f_{\max}$ bis $f_{\max}$ zurück, wobei die maximal abtastbare Frequenz nach Nyquist $f_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{T}$ beträgt. In der Regel (auch in dem Python-Skript) werden deshalb nur die ermittelten Frequenzen von 0 bis $f_{\max}$ angegeben. Die normierten Amplituden müssen dabei entsprechend der Formel $A_k := \frac{2}{N} \cdot |X_k|$ berechnet werden. Der Vorfaktor $\frac{1}{N}$ für die Normierung ergibt sich dadurch, dass es insgesamt N Amplituden $\{X_0, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ gibt; der

Vorfaktor 2 folgt aus der Tatsache, dass bei der FFT auch Amplituden für die Frequenzen von $-f_{\max}$ bis 0 bestimmt wurden, die aber nicht berücksichtigt werden. Die Normierung ist in diesem Experiment für die Datenauswertung nicht relevant, ist aber der Vollständigkeit halber im Skript implementiert.

Sie können das bereitgestellte Python-Skript nun nutzen, um wie hier beschrieben eine Fourier-Transformation auf Ihre Messdaten anzuwenden. Sie finden als Hilfsmaterial (I) eine Anleitung, wie Sie dieses nutzen können. Das Skript selbst ist ausführlich kommentiert, sodass Sie sich schrittweise in dessen Benutzung einarbeiten können.

Vorbereitende Aufgaben zum mathematischen Hintergrund:

3c) Zeigen Sie, dass die Definition der X_k eine Summe von Sinusfunktionen beschreibt. Nutzen Sie dazu die Euler-Formel, um eine Darstellung der X_k mit Real- und Imaginärteil zu erhalten.

3d) Bestätigen Sie mit der Definition der DFT die Plausibilität der Vorschrift für die inverse DFT, dass also $x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{\frac{i2\pi}{N}kn}$ wohldefiniert ist. Sie können dabei nutzen, dass $\sum_{n=0}^{N-1} e^{inx} = \frac{1-e^{iNx}}{1-e^{ix}}$ für alle $N \in \mathbb{N}$ gilt.

Inhaltliche Vorbereitung II

4. **Lesen Sie die Anleitung für den Umgang mit Jupyter (Hilfestellung I). Arbeiten Sie das Notebook bis zum Schritt „Daten importieren“ durch, um die Grundlagen der Datenauswertung mit einer DFT in Python zu verstehen.** Mit diesem Grundverständnis sollte die Analyse der Daten Ihres Experiments gut gelingen. Untersuchen Sie, welche Parameter für die DFT-Analyse wichtig sind und welche Fehlerquellen auftreten können.
5. **Lesen Sie die Anleitung für die App *phyphox* (Hilfestellung II). Probieren Sie den Workflow mit den Daten aus einem beliebigen Sensor (z. B. Beschleunigung mit/ohne g) einmal aus.** Versuchen Sie, diese ersten Daten in Python einzulesen. Beachten Sie hierzu die Hilfen im Notebook im Schritt „Daten importieren“.

Das Experiment

Nach der Vorbereitung können Sie Ihr Experiment planen und durchführen. Ihre Aufgabe ist wie eingangsbeschrieben, **den Zusammenhang zwischen der Periodendauer einer schwingenden Aufzugkabine Ihrer Wahl und der Länge des Aufzugsseils zu untersuchen. Bei der Datenauswertung sollen Sie auf die Methode der Diskreten Fourier-Transformation zurückzugreifen.**

Konkret ergeben sich daraus folgende Teilaufgaben:

- Wählen Sie einen Aufzug aus und prüfen Sie z. B. durch Testsprünge, dass der Aufzug als Federpendel modelliert werden kann.
- Bestimmen Sie die Seillänge des Aufzugs für die verschiedenen Etagen. Vergleichen Sie ggf. die Ergebnisse unterschiedlicher Bestimmungsmethoden.
- Nehmen Sie mit Ihrem Smartphone für die einzelnen Etagen die durch einen Sprung ausgelöste Schwingungen auf. Planen Sie im Vorfeld Ihr genaues Vorgehen (z. B. Wahl des Sensors, Positionierung des Smartphones, Zahl der Messwiederholungen, Art der Sprünge).
- Bestimmen Sie mithilfe von Fourier-Transformationen (und Gauß-Fits) aus den Messdaten die Frequenz respektive Periodendauer der Aufzugschwingung für jede Etage. Nutzen Sie hierzu das bereitgestellte Python-Skript.
- Stellen Sie die Periodendauer in Abhängigkeit von der Seillänge des Aufzugs graphisch dar und prüfen Sie, welcher mathematische Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen besteht.
- Zusatzaufgabe: Entwickeln Sie eine eigene, weiterführende Fragestellung, in der Sie bestimmte Parameter (z. B. Aufzugsgröße, Masse, Sprungverhalten, ...) variieren und den Einfluss dieser Parameter auf das Schwingungsverhalten untersuchen.

Achtung! Sicherheitshinweise:

- Springen Sie nur, wenn der Aufzug fest auf einer Etage steht! Springen Sie niemals, während sich der Aufzug bewegt, da der Aufzug sonst stecken bleiben kann!
- Springen Sie nicht zu hoch, um Schäden am Aufzug oder ein Verkanten des Aufzugs zu verhindern!
- Überschreiten Sie (insbesondere, wenn Sie mit mehreren Personen im Aufzug sind) nicht das zulässige Gesamtgewicht!

Leitfragen für den Experimentierprozess

Zur Strukturierung Ihres Experimentierprozesses können Sie sich an folgenden Leitfragen orientieren:

1. Welche Annahmen treffen Sie bezüglich des Aufbaus Ihres Aufzugs und welche Konsequenzen hat dies für die Ermittlung der Seillänge? Fertigen Sie im Zweifel eine Skizze an.
2. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Ihren Empfindungen beim Sprung und den gemessenen physikalischen Größen?
3. Mit welchem Sensor können Sie die Schwingungen der Aufzugskabine am präzisesten messen? Führen Sie ggf. Probemessungen durch.
4. Welchen Einfluss hat die Positionierung des Smartphones im Fahrstuhl (Höhe, Wand oder Boden, Ausrichtung...) auf Experiment und Ergebnisse?
5. Welchen Einfluss hat die Art, wie Sie springen, auf Ihre Daten?
6. Welchen Einfluss hat die Häufigkeit Ihrer Sprünge auf die Auswertung?
7. Welche Messunsicherheiten treten bei der Experimentdurchführung auf? Wie lassen sich diese quantifizieren?

Leitfragen während und nach der Auswertung

Während der Datenauswertung können Sie sich an folgenden Leitfragen orientieren:

1. Welcher Teil des Datensatzes ist für die weitere Datenauswertung (ir-)relevant?
2. Inwieweit müssen Sie Ihre Daten modifizieren, bevor Sie die DFT anwenden können? Berücksichtigen Sie die relevanten Parameter, die Sie in der Einführung in die Fourier-Transformation im Python-Skript kennengelernt haben.
3. Interpretieren Sie das bei der DFT entstehende Frequenzspektrum, indem Sie die jeweilige physikalische Bedeutung/Ursache der ermittelten Frequenzen erklären.
4. Für wie wahrscheinlich halten Sie ein Auftreten des *Alias*-Effekts? Berücksichtigen Sie die Sample-Rate Ihres Smartphones und das aus der DFT entstandene Frequenzspektrum.
5. Für welchen Teil des Frequenzspektrums ist ein Fitten der Daten mit einem Gauß-Fit sinnvoll?
6. Welche Bedeutung haben die *initial guesses* für die Qualität Ihres Fits? Wie wenden Sie die *initial guesses* an?
7. Anhand welcher Kriterien können Sie entscheiden, ob ein Fit „erfolgreich“ war?

Wie können Sie die identifizierten und quantifizierten Messunsicherheiten in den einzelnen Schritten der Auswertung berücksichtigen („Fehlerrechnung“)?

Bewertung

Schreiben Sie einen kurzen *computational essay* bestehend aus Text, Zahlenwerten sowie Ausschnitten aus Code und Codeausgaben, in welchem Sie

- a) die vorbereitenden Aufgaben hier um Aufgabendokument und die **fett gedruckten** Fragen im Python-Notebook beantworten und die gewünschten Zahlenwerte angeben
- b) beschreiben, was Sie untersuchen möchten und den verwendeten Versuchsaufbau erklären
- c) den Code darlegen, den Sie für die Datenanalyse des Experiments verwendet haben
- d) die erzielten Ergebnisse und die Unsicherheiten darstellen und diskutieren
- e) das Experiment reflektieren, indem Sie z. B. auch Möglichkeiten zur Optimierung des Experiments aufführen.

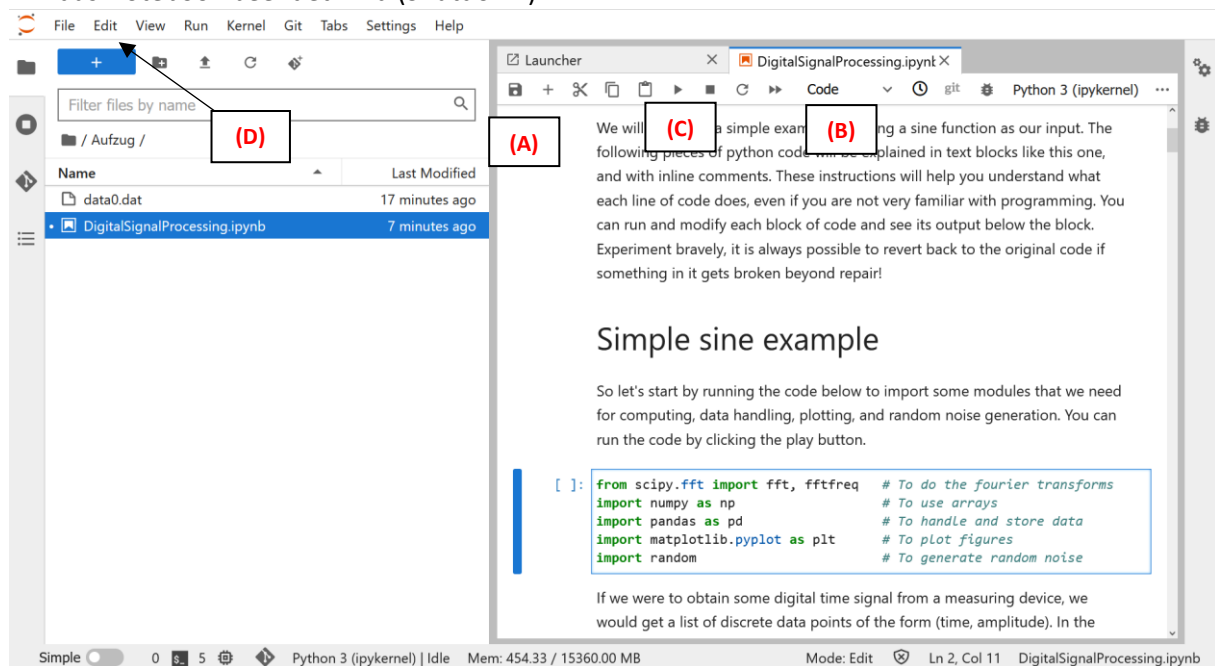
Der *computational essay* sollte eine zusammenhängende Übersicht Ihrer Ausarbeitungen darstellen. Das Python-Notebook ist ein Beispiel dafür, wie ein solcher *essay* aussieht. Sie können eine Kopie des Notebooks erstellen und Ihren *computational essay* so im gleichen Format erstellen.

(I) Anleitung für Python

Mit Python nutzen Sie eine beliebte Programmiersprache in der Wissenschaft. Python ist somit ein Werkzeug, mit dem die Analyse der Experimentierdaten erfolgen kann. Unabhängig von der Plattform, auf der Sie Python benutzen, laden Sie bitte das zugehörige Notebook hoch und führen die ersten Schritte zum Ausprobieren der notwendigen Werkzeuge aus.

1. Schritt: Jupyter und Python

- 1.1 Nachdem Sie *jupyter* über *Launch Server* gestartet haben, sehen Sie den Startbildschirm. Rechts können Sie verschiedene Programme starten. Wir arbeiten mit *Python Notebooks*.
- 1.2 In der linken *Sidebar* gibt es einen Überblick über Ihre Dateien. Hier können Sie einen Ordner für ihr Projekt erstellen und mit einem Rechtsklick verschiedene Optionen vornehmen. Der Programmcode kann auf Dateien (z.B. Rohdaten) in diesem Verzeichnis zugreifen und hier Auswertungsdateien ablegen.
- 1.3 Laden Sie die Datei **DFT_elevator_notebook_german.ipynb** hoch und starten Sie diese.
- 1.4 Die Datei besteht aus verschiedenen Zellen, die Sie über (A) hinzufügen können. Mit (B) ändern Sie die Art der Zellen, wobei zum Programmieren die Art „Code“ gewählt werden muss.
- 1.5 In eine Codezelle kann nun ein Programm geschrieben werden. Kompiliert wird dieses über den Play-Button (C) oder durch die Tastenkombination Shift + Enter bzw. Strg + Enter. Einmal kompiliert bleiben die Variablen für das gesamte Notebook erhalten, bis sie überschrieben werden oder das Notebook beendet wird (Shutdown).



2. Schritt: Nutzung des selbsterklärenden Notebooks

- 2.1 Erarbeiten Sie die Inhalte des Notebooks, um die Datenverarbeitung mit Python nachvollziehen zu können.

3. Schritt: Bereitstellung der Daten für Python

- 3.1 Erstellen Sie in dem Verzeichnis in *jupyter*, in dem Sie arbeiten, ein Textfile. Zur Markierung können Sie die Dateiendung *.dat* auswählen.
- 3.2 Öffnen Sie die Excel Datei mit ihren Daten. Kopieren Sie die relevanten Datenspalten in eine Datei des Texteditors (z. B. Textfile bei *jupyter*).
- 3.3 Entfernen Sie leere Zeilen und Buchstabenketten und ersetzen Sie die Dezimalkommata mit Punkten (strg + f oder edit (D)>> Find...)

(II) Anleitung für phyphox

phyphox ist eine kostenfreie App, mit der sämtliche Daten der im Smartphone verbauten Sensoren ausgelesen werden können. Im Folgenden finden Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung, wie Sie diese App zur Aufnahme von Messdaten nutzen können.

Download: in allen gängigen App-Stores

1. Schritt: Experiment starten

- 1.1 Starten Sie die App auf Ihrem Smartphone.
- 1.2 Auf der Startseite werden sämtliche Sensoren angezeigt, die Sie auslesen können. Wählen Sie den gewünschten Sensor.

2. Schritt: Daten aufnehmen

- 2.1 Klicken Sie den Play-Button (▶), um die Datenaufnahme zu starten (A).
- 2.2 In den Tabs werden Ihnen die Daten in Echtzeit graphisch und numerisch dargestellt (B).
- 2.3 Klicken Sie den Pause-Button (⏸), um die Datenaufnahme zu pausieren/stoppen.

3. Schritt: Daten speichern

- 3.1 Klicken Sie auf die drei Punkte (⋮), um das Menü zu öffnen (C). Wählen Sie **Daten exportieren** (D).
- 3.2 Wählen Sie das gewünschte Datenformat (in der Regel *Excel*) (E). Drücken Sie **OK** (F).
- 3.3 Mit Netz oder W-Lan Netz ist das Versenden per Mail am effektivsten. In diesem Fall müssen Sie die Daten nicht auf Ihrem Telefon speichern.
- 3.4 Ansonsten speichern Sie die Datei im gewünschten Programm (dem lokalen Speicher oder einer Dateiverwaltungsapp wie *Total Commander*, die die Datei entgegennimmt).
- 3.5 Übertragen Sie die Datei per Kabel, *Bluetooth*, *Airdrop* oder Internet auf den Auswertungsrechner.

