

Tämä tiedosto on luotu osana Erasmus+ -projektia ”Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning” (DigiPhysLab).

Lisää tietoa: www.jyu.fi/digiphyslab

Vierimisliike ja älypuhelin

Ohjaajan versio

28.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Tämä työ on julkaistu lisenssillä [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Vierimisliike ja älypuhelin – Ohjaajan versio

Työn yleiskuva

- Aihepiiri: kaltevalla tasolla tapahtuvien vierimisliikkeiden tutkiminen
- Kohderyhmä: Fysiikan opiskelijat ja fysiikan opettajaopiskelijat perusopintovaiheessa
- Ajankäyttö: noin 15 h sisältäen datan analysoinnin, mutta ilman posterin tekoa
- Suositeltu työskentelymuoto: pareittain tai ryhmissä (2–3 opiskelijaa per ryhmä)

Valmistautuminen

Kokeen tarkoitus on tutkia kaltevalla tasolla tapahtuvaa vierimistä, kun älypuhelin on asetettu osaksi vierivää kappaletta. Jotta aihetta voidaan asianmukaisesti tutkia fysikaalisesti, on tarpeen tutustuttaa opiskelijat kaltevalla tasolla tapahtuvan vierimisen teoriaan sekä esimerkiksi hitausmomentin ja pyörimisenergian käsitteisiin. Tätä varten voidaan käyttää työn kuvauksessa olevia ennakkotehtäviä, joissa käytetään puhelimen mittoja esimerkiksi sen hitausmomentin laskemiseksi. Data taltioidaan *phyphoxilla*, jonka asennus- ja käyttöohjeet löytyvät myös materiaaleista. Vaihtoehtoisesti on saatavilla myös jupyter-notebook, jossa olennaiset datan analysoinnin vaiheet voi suorittaa. Datan arviointi voidaan tehdä kuitenkin myös *Excelissä*, *Originissa* tai *SciDAVisissa*. Näistä viimeiselle löytyy myös ohjeet työn materiaaleista.

Koejärjestely ja toteuttaminen

Kokeen suorittamisessa käytetään älypuhelimien gyroskooppeja. Tämä tarjoaa suoraan puhelimen kolmen pääpyörimisakselin kulmanopeudet (akselien suuntaus on laitekohtainen ja täytyy sen vuoksi selvittää erikseen jokaiselle laitteelle). Suurimmalla osalla gyroskoopeista mitattavissa olevalle kulmanopeudelle on yläraja. Kokeilemillamme laitteilla se oli noin 35 rad/s. Pidemmille tasoille ja suurille kallistuskulmille todellinen kulmanopeus voi olla mahdotonta mitata ja mittari näyttää sen sijana vain vakiona maksimiarvoa. Tämä on erityisen olennaista, jos liikkeen pyörimisenergian määrittäminen kulmanopeudesta ei enää onnistu kaltevan tason lopussa.

Älypuhelin aseteltaessa varmista, että se laitetaan rullamaisen kappaleen keskelle niin, että puhelimen pääpyörimisakseli on samassa suunnassa rullamaisen kappaleen keskiakselin kanssa ja että vierivän kappaleen pyöriminen tapahtuu samanaikaisesti sen keskiakselin ja älypuhelimien pääpyörimisakselin ympäri. Älypuhelimien kiinnittäminen tällä tavalla rullamaiseen kappaleeseen voi olla hieman vaikeaa. Sopiva puhelimen sijoittaminen ja kiinnittäminen riippuu käytetyistä materiaaleista. Oman kokemuksemme perusteella esimerkiksi tyhjät tölkit, tietynlaisten sipsien pahviputket tai muoviputket käyvät vierivistä kappaleista ja esimerkiksi käsipyyhepaperit, riisillä täytetyt muovipussit tai kuplamuovi täyttemateriaalista.

Jotta puhelin pysyy rullamaisen kappaleen sisällä datan keräämisen ajan, on järkevää käyttää *phyphoxin* etätoimintoa. Lisätietoa löytyy suoraan *phyphoxin* nettisivuilta [Remote control – phyphox](#). Vaihtoehtoisesti rullamaiseen kappaleeseen voi asettaa ulkoisia sensoreita siten, että puhelin jää kokonaan sen ulkopuolelle keräämään dataa.

Kaltevaksi tasoksi sopii esimerkiksi tavallinen pöytä, jota voi kallistaa eri kulmiin kohottamalla pöydän toista päätä esim. kirjoilla. Jopa kallistettu kirja voi toimia kaltevana tasona, mutta silloin vierimismatkan pituus on niin lyhyt, että suurin osa rullamaisista kappaleista ehtii tehdä hyvin vähän täysiä kierroksia. Tämä vaikuttaa lopulta mittausten tarkkuuteen. Tason pinnan pituuden tulisi siis olla enemmän kuin yksi tai kaksi rullan piirin pituutta.

Kaltevan tason kallistuskulma voidaan määrittää joko pituusmittauksilla (mittaamalla pöydän jokaisen kulmien korkeudet ja mittaamalla vierimismatkan pituuden) käyttämällä geometriaa tai käyttämällä *phyphoxin* Inclination-työkalua.

Kaltevan tason pinta vaikuttaa vierimiseen ja rullamaisen kappaleen lipsumiseen. Tietyssä kallistuskulmassa rullamainen kappale ei juurikaan vieri, vaan pääasiassa liukuu tai tippuu. Tämän vuoksi kaltevalle tasolle ei ole mahdollista valita ihan mitä tahansa kallistuskulmaa. Realistiset kallistuskulmat ovat suurin piirtein välillä 0° – 45° .

Esimerkki koejärjestelystä on kuvassa 1.



Kuva 1: Esimerkki mittausasetelmasta.

Datan siirtäminen tietokoneelle

Datan siirtämiseen on periaatteessa kolme eri keinoa:

1. Yksi vaihtoehto on käyttää *phyphoxin* etätoimintoa. Siinä älypuhelimien data siirretään tietokoneelle reaaliajassa (toimii vain verkkoyhteydellä). Myös mittauksen käynnistäminen ja lopettaminen etänä onnistuu.
2. Data siirretään suoraan tietokoneelle sähköpostilla, *Bluetoothilla*, *Airdropilla* tms.
3. *Toimii Android-laitteilla*: Data tallennetaan puhelimen muistiin. Koska *phyphoxilla* ei ole sinne suoraan pääsyä, tarvitaan käyttöön jokin tiedostonhallintasovellus, kuten *Total Commander*, joka voi tallentaa tiedoston sisäisesti. Sen jälkeen tiedosto voidaan siirtää esimerkiksi tiedonsiirtokaapelilla.

Datan analysointi

Keskeinen tavoite tämän kokeellisen työn data-analyysissä on kulmakiihtyvyyden esittäminen kaltevan tason kallistuskulman funktiona. Kerätty data täytyy valmistella sopivasti tätä ja muita analyysin vaiheita varten. Seuraavat seikat tulee huomioida:

- Oleellinen data on valittava datajoukosta. On valittava oikea koordinaattiakseli ja vain se osa datasta, joka kerättiin tarkasteltavan vierimisliikkeen aikana. Muutoin epäolennaiset jäänteet

datassa (kuten vaikkapa puhelimen liikuttaminen datankeruun alussa ja lopussa) vaikuttavat tuloksiin. Vierimisliike on helppo tunnistaa datasta.

- Jos mitatut kulmanopeudet esitetään ajan funktiona, kulmakiihtyvyys voidaan määrittää suoran sovituksen avulla kulmakertoimenä. Tässä tulee huomioida vain data, joka kerättiin ennen kaltevan tason loppupisteen saavuttamista. Ei myöskään tule huomioida sellaista osaa datasta, jossa kulmanopeus ylittää älypuhelimien mitta-asteikon rajat. Tällaisessa tapauksessa kulmakiihtyvyys voidaan määrittää siitä osasta dataa, jossa asteikkoa ei vielä ylitetty. Huomioi, että tietyllä kallistuskulmalla kulmakiihtyvyys pienenee, kun vierivä kappale alkaa lipsua. Tätä ei kuitenkaan tarvitse ottaa huomioon laskuissa, mutta sen ilmeneminen voidaan nähdä kuvaajasta, jossa esitetään kulmakiihtyvyys kallistuskulman funktiona.
- Kulmakiihtyvyyden määrittämistä kallistuskulman funktiona voidaan tarkentaa ottamalla keskiarvo usean kulmanopeusmittauksen sovituksien tuloksista.
- Gyroskoopin mitta-asteikon rajoitukset vaikuttavat myös vierivän kappaleen loppuliike-energian määrittämiseen. Kaltevuuskulmilla, joilla raja tulee vastaan, liike-energiaa ei voida määrittää tarkasti. Tarvittaessa tämä on hyvä huomioida jo kaltevaa tasoa ja sen pituutta valittaessa.

Odotetut tulokset

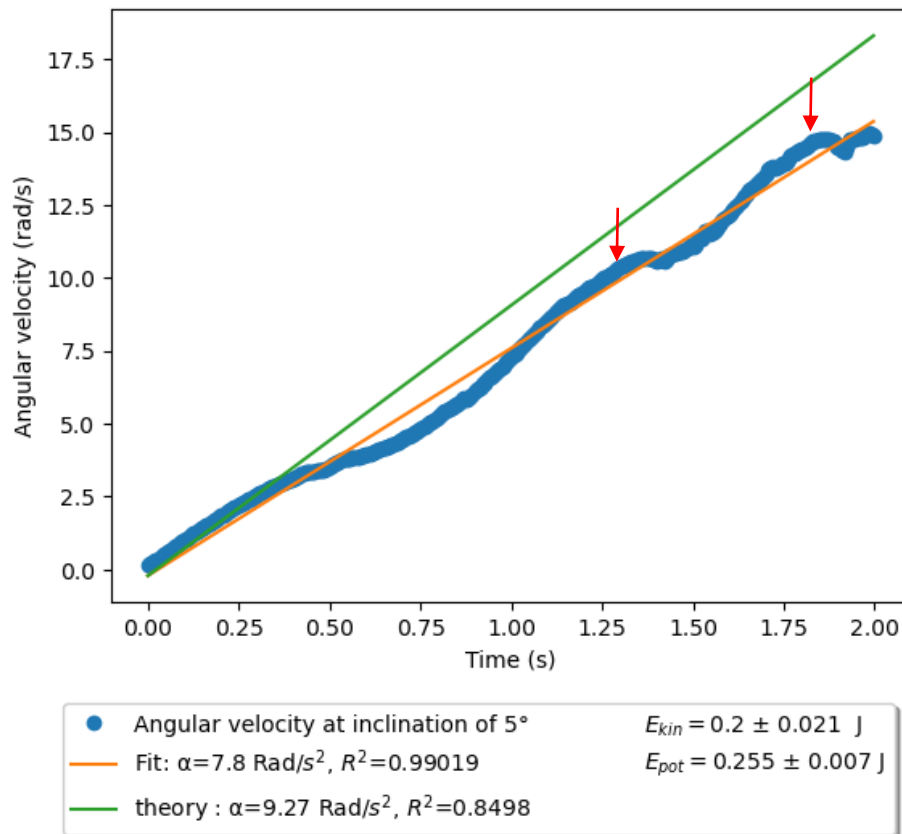
Tulokset riippuvat vahvasti työhön valituista tarvikkeista, erityisesti rullasta ja sen täytemateriaalista. Kappaleen kitkaominaisuudet ovat erilaiset erilaisille rullille ja lisäksi vierivän kappaleen ja sen täytemateriaalin valinta vaikuttaa systeemin hitausmomenttiin, joten valittua kappaletta vastaava hitausmomentti on erikseen laskettava data-analyysia varten. Älypuhelimien vakaa pyöriminen systeemin pyörimisakselin ympäri voidaan helposti varmistaa testimittauksella, jossa rullan kulmanopeutta ajan funktiona mitataan sen vieressä kaltevalla tasolla. Jos data esitetään graafisesti (kuten kuvassa 2), tuloksena pitäisi olla suora. Jos älypuhelin on asetettu huonosti tai se heiluu aiheuttaen vierivän kappaleen epätasapainon, saatu kuvaaja ei ole suora, vaan se heilahtelee jaksollisesti (kuten kuvassa 2 osoitetaan punaisilla nuolilla). Tämän systemaattisen virheen täydellinen välttäminen ei ole mahdollista, mutta sitä voidaan ainakin pienentää. Kullekin kallistuskulmalle ajasta riippuvaa kulmanopeutta voidaan nyt mallintaa lineaarisena funktiona (esim. kuvat 2 ja 3), koska kuten työohjeessa kuvattiin, seuraava yhtälö pätee:

$$\omega(t) = \sin(\varphi) \frac{m_g \cdot g}{m_g \cdot R + \frac{I_{\text{total}}}{R}} \cdot t = : \alpha \cdot t.$$

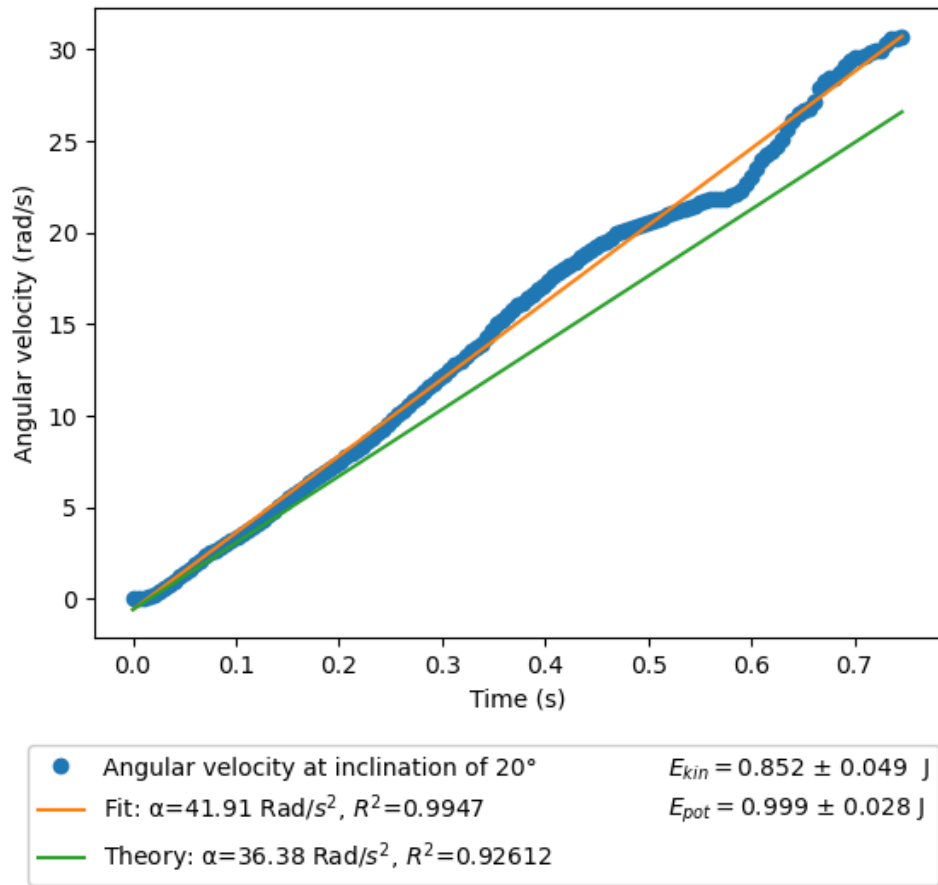
Etutekijä α tässä yhtälössä kuvaa systeemin kulmakiihtyvyyttä. Se saadaan dataan sovitettun suoran kulmakertoimesta (katso määritettyjä α :n arvoja kuvissa 2 ja 3). Tuloksia voidaan verrata laskettuun teoreettiseen vertailuarvoon piirtämällä ylläolevan funktion kuvaaja samaan kuvaan mitattujen arvojen kanssa. Tähän tarvitaan kallistuskulma φ , kokonaismassa m_t , vierivän kappaleen säde R , ja sen hitausmomentti I_{total} rullan keskiakselin suhteen. Hitausmomentin määrittämiseksi on huomioitava ja yhdistettävä älypuhelimien, valitun rullan ja sen mahdollisen pohjan hitausmomentit. Jos oletetaan, että täytemateriaalin vaikutus hitausmomenttiin voidaan jättää huomiotta, ja että älypuhelimien ja rullan massat ovat jakautuneet tasaisesti, I_{total} voidaan laskea yhtälöstä

$$I_{\text{total}} = I_{\text{Phone}} + I_{\text{Can}} + I_{\text{Bottom}} = \frac{1}{12}(x^2 + z^2)m_{\text{Phone}} + \frac{1}{2}m_{\text{Can}}(r_{\text{outside}}^2 + r_{\text{inside}}^2) + \frac{1}{2}m_{\text{Bottom}}r_{\text{outside}}^2$$

missä $r_{\text{outside}} = R$ on rullan ulkosäde ja r_{inside} sisäsäde, x ja z ovat älypuhelimien leveys ja syvyys ja m_{Phone} , m_{Can} ja m_{Bottom} ovat älypuhelimien, tölkin ja sen pohjan massat. Sopivalla virheen etenemismenetelmällä opiskelijat voivat myös määrittää I_{total} :n epävarmuuden ja siten myös α :n epävarmuuden. Näin voidaan vertailla eri tavoilla (sovituksen kautta määritettyjen ja laskettujen teoreettisten arvojen) määritettyjen α :n arvojen yhtäläisyyttä.



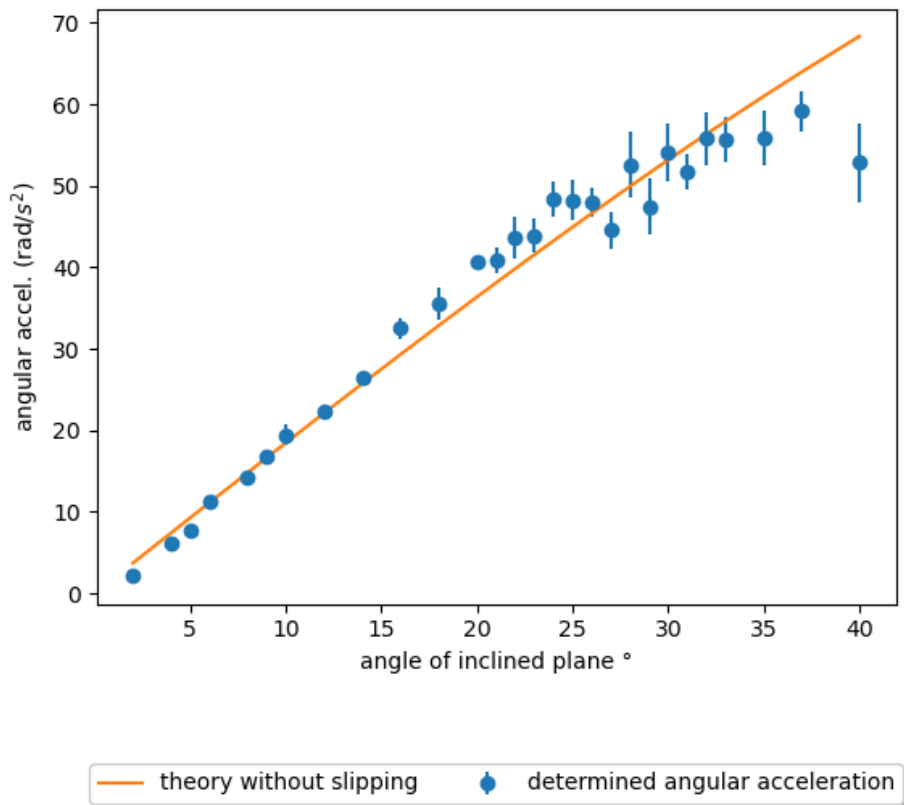
Kuva 2: Rullan kulmanopeus ajan funktiona, kun kallistuskulma oli 5°. Dataan sovitettu suora on esitetty oranssina ja α antaa tämän suoran kulmakertoimen ja vastaa kokeellisesti määritettyä kulmakiihtyvyyden arvoa. Vihreä suora näyttää $\omega(t)$:n yhtälöstä lasketun teoreettisen ennusteen. Riippuen siitä, kuinka tarkasti yhtälöön syötetyt parametrit on mitattu ja laskettu, teoreettinen ennuste ja mitatut arvot vastaavat toisiaan vaihtelevasti. Lisäksi liike-energia kaltevan tason lopussa on määritetty maksimikulmanopeudesta ja potentiaalienergia alussa on määritetty mittaamalla korkeusero kallistuskulman ja kaltevan tason tunnetun pituuden avulla. Tällä tavalla voidaan suoraan arvioida, kuinka iso osa energiasta on muuntunut kitkan vaikutuksesta muiksi energiamuodoiksi.



Kuva 3: Rullan kulmanopeus ajan funktiona 20° kallistuskulmalle. Esitetyt parametrit on kuvailtu kuvan 2 kuvatekstissä.

Kun kulmakiihtyvyydet on määritetty kullekin kallistuskulmalle, nämä voidaan esittää uudessa kuvaajassa (ks. kuva 4). Riippuen käytetystä pinnasta ja rullaksi valitun kappaleen materiaalista, saatetaan jostain kallistuskulmasta alkaen havaita odotettua pienempiä kulmakiihtyvyyden arvoja. Tämä johtuu siitä, että sopivalla kallistuskulman arvolla rulla alkaa lipsua, eikä rullan pyörimisliike enää saa täyttää vääntöä lepokitkasta. Kuvan 4 esimerkkitietäessä tämä kriittinen kulma φ_{krit} näkyy noin 35° kallistuskulman kohdalla. Esimerkissä käytetyille materiaaleille ($m_g = 0,397 \text{ kg}$, $R = 0,0495 \text{ m}$ and $I = 8,397 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$) tämä tarkoittaa lepokitkakerrointa

$$\mu = \frac{\tan(\varphi_{krit}) \cdot I}{I + m_g R^2} \approx 0,324.$$



Kuva 4: Määritetyt kulmakihtuvyydet kallistuskulman funktiona. Suunnilleen kallistuskulmasta 35° alkane voidaan huomata, että tulokset eroavat lipsumista huomioimattoman teorian antamasta ennusteesta (oranssi käyrä), sillä lipsumisen vuoksi potentiaalienergiaa muuttuu pyörimisenergian lisäksi myös suoraviivaisen liikkeen liike-energiaksi.

Myös energian säilymistä voidaan tutkia eri kallistuskulmilla. Tätä varten vierivän kappaleen loppuliike-energia määritetään laskemalla yhteen sen massakeskipisteen liike-energia ja pyörimisenergia vierimisen lopussa. Potentiaalienergia alkutilanteessa voidaan laskea kallistuskulman ja kaltevan tason pituuden avulla (ks. esimerkkiarvoja kuvissa 2 ja 3). Näin voidaan tarkistaa, kuinka paljon potentiaalienergiasta on muuttunut muiksi energiamuodoiksi kitkan vaikutuksesta. Tässä on huomioitava gyroskoopin rajallinen mitta-alue, jolloin liike-energian määrittäminen loppunopeudesta on mielekästä vain, jos todellinen kulmanopeus on mitta-alueen rajoissa.

Mahdollisia arvioinnin muotoja

Työn tuloksista voidaan esimerkiksi tehdä tieteellinen poster, kuten työohjeessa ehdotetaan. Posterin tulisi kokeen suunnittelun, toteutuksen ja arvioinnin kuvailun lisäksi sisältää kuvalliset esitykset vierimisliikkeen kannalta oleellisista mitatuista suureista (kulmanopeudet, pyörimisenergiat ym.) kallistuskulman funktiona. Lisäksi tulee esittää perusteltu arvio kallistuskulmasta, jolla vierivän kappaleen lipsumista ei voi enää jättää huomiotta ja siitä, kuinka paljon tämä vaikuttaa mitattuihin tuloksiin. Vaihtoehtoisesti posterin sijasta voidaan käyttää lyhyttä suullista esitystä, kirjallista laboratorioraporttia, tai *laskennallista esseetä*. Viimeiset kaksi arviointimuotoa mahdollistavat myös kokeellisen työskentelyn kulun ja data-analyysin yksityiskohtaisen kuvailun.

Ehdotuksia kokeellisen työn muokkaamiseksi

Muutama esimerkki mahdollisista muunnelmista/laajennuksista:

- Jos halutaan tarkastella myös/vaihtoehtoisesti vierivän kappaleen etenemisnopeutta, *phyphoxissa* on myös Android-laitteille työkalu *Roll*, joka määrittää vierivän kappaleen etenemisnopeuden

annetun säteen perusteella. Lisätietoa löytyy *phyphoxin* wikistä: [https://phyphox.org/wiki/index.php?title=Experiment: Roll](https://phyphox.org/wiki/index.php?title=Experiment:_Roll).

- Koetta voidaan syventää muuttamalla vierivän kappaleen hitausmomenttia tarkoituksella esimerkiksi muuttamalla älypuhelimien vakauttamiseksi käytettyä täytemateriaalia. Kuplamuovilla täytetyn rullan hitausmomentti on eri kuin riisillä täytetyn (umpinainen tai melkein ontto sylinteri). Kokeessa voidaan tutkia miten nämä muutokset vaikuttavat kulmanopeuksiin ja energian säilymiseen vierimisessä.
- Vierivän kappaleen ja kaltevan tason kitkaominaisuuksia voidaan myös muuttaa asettamalla jokin muu alusta (esim. villatäkki tai kumimatto) kaltevan tason päälle. Tällöin voidaan tutkia muutosten vaikutusta kulmanopeuteen, energian säilymiseen sekä kulmaan, jolla vierivä kappale alkaa lipsua.

Kirjallisuutta

Tämä kokeellinen työ perustuu seuraavaan artikkeliin, jota voidaan myös käyttää työhön valmistautumiseen.

Puttharugsa, C., Khemmani, S., Utayarat, P., & Luangtip, W. (2016). Investigation of the rolling motion of a hollow cylinder using a smartphone. *European Journal of Physics*, 37.

<https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/5/055004>