

Dieses Dokument wurde im Rahmen des Erasmus+ -Projekts "Developing Digital Physics Laboratory Work for Distance Learning" (Di-giPhysLab) erstellt. Mehr Infos: www.jyu.fi/digiphyslab

Rollbewegung mit Smartphone

Lehrendenversion

28.2.2023



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Rollende Körper und schiefe Ebenen: Anleitung für Lehrende

Aufgabenübersicht

- Thema: Untersuchung von Rollbewegungen auf schiefer Ebene
- Zielgruppe: Physik- und Physiklehramtsstudierende in der Studieneingangsphase
- Zeitrahmen: ca. 15 Stunden inklusive Datenauswertung, aber exklusive Poster-Erstellung
- Empfohlene Sozialform: Partner- oder Gruppenarbeit (2-3 Studierende pro Team)

Zur Vorbereitung

Ziel des Experiments ist die Untersuchung der Rolleigenschaften eines Rollkörpers auf einer schiefen Ebene, wobei das Smartphone im Rollkörper integriert ist. Für die angemessene physikalische Untersuchung dieses Sachverhalts ist eine Einarbeitung der Studierenden in die Theorie zu Rollvorgängen auf der schiefen Ebene, aber auch zu den Begriffen des Trägheitsmoments, der Rotationsenergie etc. notwendig. Dazu dienen die Einführungsaufgaben in den Aufgabendokumenten, wobei hier schon die Maße des Smartphones und der Rolle etwa zur Berechnung von dessen Trägheitsmomenten genutzt werden. Die Datenaufnahme erfolgt mit der App *phyphox*; im Material werden auch die Installation und erste Bedienungsschritte der App *phyphox* beschrieben. Optional steht ein *jupyter* Notebook zur Verfügung, das die wesentlichen Schritte zur Datenanalyse umfasst. Die Auswertung ist jedoch auch mit *Excel*, *Origin* oder *SciDAVis* möglich. Für letzteres Programm ist den Aufgabendokumenten ebenfalls eine Anleitung beigelegt.

Zum Aufbau und zur Durchführung

Für die Durchführung des Experiments ist die Verwendung des Gyroskop-Sensors des Smartphones notwendig. Dieser liefert direkt die Winkelgeschwindigkeiten um die drei Hauptrotationsachsen des Smartphones. (Die jeweilige Ausrichtung/Bezeichnung der Achsen ist gerätespezifisch und muss daher im Vorfeld für jedes Gerät bestimmt werden.) Bei den meisten Gyroskop-Sensoren gibt es einen Maximalwert, bis zu dem Winkelgeschwindigkeiten gemessen werden können. Bei den von uns ausprobierten Geräten lag dieser bei etwa 35 rad/s. Bei längeren Ebenen mit hohen Neigungswinkeln kann es also passieren, dass die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit nicht mehr gemessen werden kann und nur noch der (konstante) Maximalwert ausgegeben wird. Dies ist insbesondere dann relevant, wenn aus der Winkelgeschwindigkeit am Ende der schiefen Ebene die Rotationsenergie der Bewegung nicht mehr korrekt bestimmt werden kann.

Bei der Positionierung des Smartphones ist darauf zu achten, dass dieses mittig in der Rolle liegt, sodass die Hauptrotationsachse des Smartphones auf der Mittelachse der Rolle liegt und entsprechend die Rotation des Rollkörpers gleichzeitig um die Mittelachse der Rolle und die Hauptrotationsachse des Smartphones erfolgt. Es kann etwas schwierig sein, das Smartphone entsprechend in der Rolle zu befestigen. Die konkrete Platzierung und Befestigung hängt von den verwendeten Materialien ab; eigenen Erfahrungen zufolge eignen sich als z. B. Rollkörper leere Konservendosen, Stapelchipsdosen, Cappuccino-Dosen oder PVC-Rohre und als Füllmaterial z. B. Papiertücher, mit Reis gefüllte Plastiktüten oder Luftpolsterfolie.

Damit das Smartphone während der Datenaufnahme innerhalb der Rolle verbleiben kann, bietet es sich an, die remote-Funktion von *phyphox* zu nutzen. Nähere Informationen hierzu finden sich direkt auf der Website von *phyphox*: <https://phyphox.org/de/fernsteuerung/>. Alternativ können externe Sensorboxen in der Rolle platziert werden, sodass das Smartphone ganz außerhalb des Rollkörpers verbleiben und zur Steuerung der Datenaufnahme verbleiben kann.

Als schiefe Ebene eignet sich beispielsweise ein normaler Tisch, der in verschiedenen Winkeln geneigt werden kann, indem der Tisch auf einer Seite z. B. durch Bücher oder andere Gegenstände unterbaut

wird. Auch ein geneigtes Buch kann bereits als schiefe Ebene fungieren, allerdings ist die Länge der Rollbahn dann so kurz, dass die meisten Rollen maximal zwei Umdrehungen ausführen können, was letztlich die Präzision der Messungen beeinflusst. Die Länge der Ebene sollte also über ein bis zwei Umfanglängen der Rolle hinausgehen.

Der Neigungswinkel der schiefen Ebene kann wahlweise durch Längenmessungen (Messung der Höhen der einzelnen Tischkanten und Messung der Länge der Rollbahn) und anschließende geometrische Überlegungen oder durch Nutzung des Tools „Neigung“ in *phyphox* erfolgen.

Die Oberfläche der schiefen Ebene hat dabei einen Einfluss auf die Roll- und Rutscheigenschaften der Rolle. Ab einem gewissen Neigungswinkel wird die Rolle kaum noch eine Rollbewegung ausführen, sondern vorwiegend Rutschen bzw. Fallen. Daher können nicht beliebig Neigungswinkel der schiefen Ebene gewählt werden. Realistische Neigungswinkel liegen zwischen 0° und etwa 45° .

Ein Beispielversuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.



Abbildung 1: Möglicher Aufbau und Durchführung des Rollexperiments.

Zur Übertragung der Daten auf den PC

Zur Datenübertragung stehen im Wesentlichen drei Methoden zur Verfügung:

1. Es wird die remote-Funktion von *phyphox* benutzt. Hier werden die Smartphone-Daten (bei entsprechender Netzwerk-Verfügbarkeit) in Echtzeit auf den Computer übertragen. Auch ein ferngesteuertes Starten und Stoppen der Aufnahme ist so möglich.
2. Die Daten werden direkt per E-Mail, *Bluetooth*, *Airdrop*, etc. auf den Computer übertragen.
3. *Nur für Android-Geräte sinnvoll*: Die Daten werden zunächst auf dem Smartphone gespeichert. Da *phyphox* nicht direkt auf den internen Speicher zugreifen kann, muss hierzu eine Dateiverwaltungsapp wie z. B. *TotalCommander* benutzt werden, die die Datei entgegennehmen und intern abspeichern kann. Die Datei kann anschließend z. B. per Datenkabel oder E-Mail übertragen werden.

Zur Auswertung

Ein zentrales Ziel im Zuge der Datenauswertung in dieser Aufgabe ist das Erstellen eines Diagramms, in dem die Winkelbeschleunigung in Abhängigkeit von dem Neigungswinkel der schiefen Ebene dargestellt wird. Dafür (und für die anderen Auswertungsschritte) sind die Daten entsprechend aufzubereiten. Auf folgende Aspekte soll dabei an dieser Stelle hingewiesen:

- Aus dem Datensatz müssen die relevanten Daten ausgewählt werden. Dabei sind die korrekte Koordinatenachse und nur die Zeiträume zu wählen, in denen die beabsichtigte Rollbewegung erfolgte. Andernfalls beeinflussen andere Artefakte (z. B. das Bewegen des Smartphones beim Starten/Stoppen der Datenaufnahme) die Ergebnisse. Die Rollbewegung ist leicht zu identifizieren.
- Trägt man die gemessenen Winkelgeschwindigkeiten gegenüber der Zeit auf, lässt sich mithilfe eines linearen Fits aus der Steigung die Winkelbeschleunigung bestimmen. Hier dürfen zwingend nur die Daten berücksichtigt werden, bis die Rolle das Ende der schiefen Ebene erreicht. Außerdem dürfen nicht jene Daten berücksichtigt werden, bei denen die Winkelgeschwindigkeiten den Messbereich des Smartphones überschreiten; in dem Fall kann die Winkelbeschleunigung allerdings auch ermittelt werden, wenn nur die Daten ausgewählt werden, bis dieses Maximum erreicht wird. Zu beachten ist auch, dass ab einem gewissen Neigungswinkel der schiefen Ebene durch das Rutschen des Rollkörpers die Winkelbeschleunigung abnehmen wird. Dies braucht an dieser Stelle aber noch nicht berücksichtigt werden, da dies im folgenden Winkelbeschleunigungs-Neigungswinkel-Diagramm abgelesen werden kann.
- Für die präzisere Ermittlung der Winkelbeschleunigung je Neigungswinkel können die aus den Fit-Gleichungen bestimmten Werte mehrerer Rollversuche gemittelt werden.
- Die Beschränkung des Messbereichs beim Gyroskop-Sensor wirkt sich auch auf die Ermittlung der kinetischen Energie des Rollkörpers am Ende der schiefen Ebene aus. Für diese Neigungswinkel kann ab Erreichen der Obergrenze des Messbereichs keine genaue Bestimmung der kinetischen Energie mehr erfolgen. Gegebenenfalls ist dies bereits bei der Wahl der schiefen Ebene (bzw. deren Länge) zu berücksichtigen.

Zu erwartende Ergebnisse

Die Ergebnisse hängen dabei sehr von den gewählten Experimentiermaterialien, insbesondere für Rolle und Füllmaterial ab. Nicht nur sind je nach verwendeter Rolle die Reibungseigenschaften auf der schiefen Ebene verschieden. Vielmehr hat die Wahl der Rollkörper und Füllmaterialien auch immanenten Einfluss auf das Trägheitsmoment des Rollkörpers, sodass für die Datenanalyse die entsprechenden Trägheitsmomente spezifisch berechnet werden müssen. Ob das Smartphone dabei stabil um die Hauptrotationsachse rotiert (und der Rollkörper insgesamt keine Unwucht hat), lässt sich in einer Testmessung leicht prüfen: Dazu wird die Rolle einfach entlang einer schiefen Ebene herabrollen gelassen und die Winkelgeschwindigkeit abhängig von der Zeit gemessen. Trägt man die Daten graphisch auf (wie z. B. in Abbildung 2), sollte der Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und Zeit linear sein. Sollte das Smartphone falsch platziert worden sein, innerhalb der Rolle Spiel haben oder der Rollkörper insgesamt eine Unwucht aufweisen, ergeben sich in periodischen Zeitabständen leichte Oszillationen der Winkelgeschwindigkeit um den zu erwartenden linearen Zusammenhang (wie z. B. in Abbildung 2 durch die roten Pfeile markiert). In der Regel wird man diese systematische Unsicherheit nicht gänzlich vermeiden können, aber sie lässt sich zumindest reduzieren. Für jeden Neigungswinkel der schiefen Ebene kann nun die zeitabhängige Winkelgeschwindigkeit mithilfe eines linearen Fits modelliert werden (s. Beispiele in Abbildung 2 und 3), denn wie in der Anleitung für die Studierenden beschrieben gilt der Zusammenhang:

$$\omega(t) = \sin(\varphi) \frac{m_g \cdot g}{m_g \cdot R + \frac{I_{\text{total}}}{R}} \cdot t = : \alpha \cdot t.$$

Der Vorfaktor α in dieser Formel, d. h. die Steigung der Fitgeraden beschreiben die Winkelbeschleunigung der Rolle. Durch einen linearen Fit kann die Winkelbeschleunigung also direkt aus den Messdaten bestimmt werden (s. den Wert α in der Legende zum Fit in Abbildung 2 und 3). Die Ergebnisse können mit dem theoretisch zu erwartenden Referenzwert verglichen werden, indem die obige Formel geplottet bzw. die Winkelbeschleunigung α berechnet wird. Hierzu werden der Neigungswinkel φ der schiefen Ebene, die Gesamtmasse m_g , der Radius R des Rollkörpers und dessen Trägheitsmoment I_{total} bezüglich der Mittelachse der Rolle benötigt. Für letzteres müssen das Trägheitsmoment des Smartphones, der für die Rolle verwendeten Dose und deren Boden bestimmt und kombiniert werden. Unter der Annahme, dass das Füllmaterial kaum Einfluss auf das Trägheitsmoment hat und die Masse von Dose und Smartphone homogen verteilt sind, lässt sich I_{total} berechnen zu:

$$I_{\text{total}} = I_{\text{Phone}} + I_{\text{Can}} + I_{\text{Bottom}} = \frac{1}{12}(x^2 + z^2)m_{\text{Phone}} + \frac{1}{2}m_{\text{Can}}(r_{\text{outside}}^2 + r_{\text{inside}}^2) + \frac{1}{2}m_{\text{Bottom}}r_{\text{outside}}^2$$

Dabei sind $r_{\text{outside}} = R$ der Außen- und r_{inside} der Innenradius des Rollkörpers, x und z die Breite und die Tiefe des Smartphones und m_{Phone} , m_{Can} und m_{Bottom} die Massen von Smartphone, Dose und deren Boden. Mit einer entsprechenden Messunsicherheitsfortpflanzung könnten die Studierenden dann auch die Unsicherheit von I_{total} und dann von α bestimmen, um zu vergleichen, ob beide Bestimmungsmethoden von α (durch Fitten der Winkelgeschwindigkeit und durch händisches Ausrechnen des theoretisch zu erwartenden Wertes) zum gleichen Ergebnis führen.

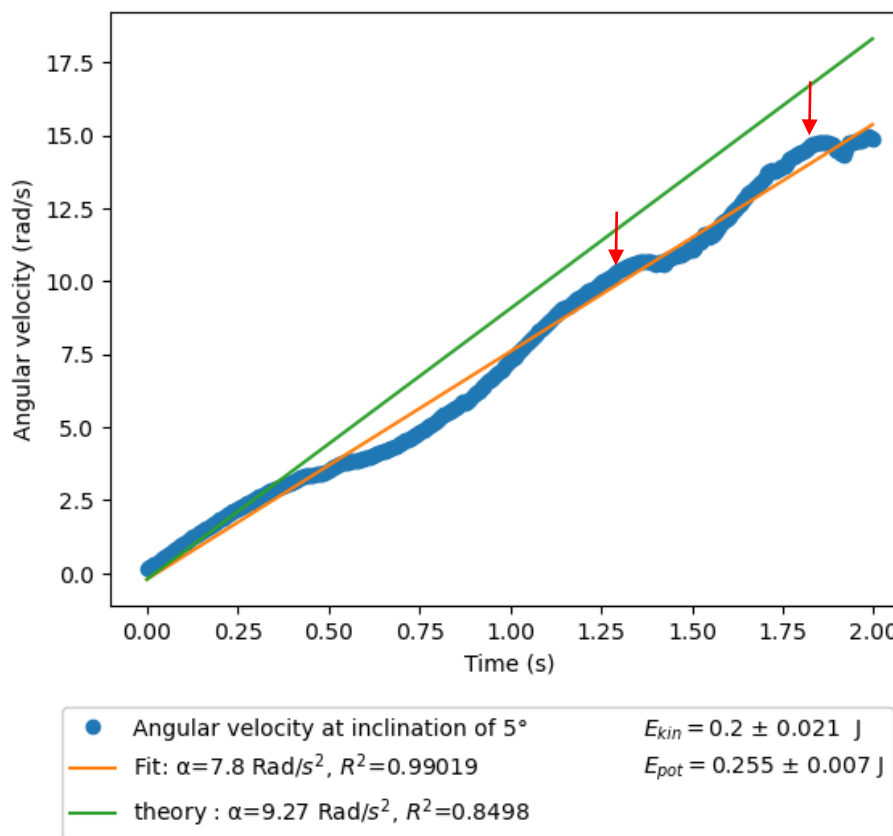


Abbildung 2: Winkelgeschwindigkeit der Rolle über der Zeit bei einem Neigungswinkel der schiefen Ebene von 5°. In orange ist der lineare Fit der Messdaten dargestellt, α gibt hierbei die Steigung der Ursprungsgeraden an und entspricht der empirisch bestimmten Winkelbeschleunigung. In grün ist dargestellt, wie der theoretisch zu erwartende Zusammenhang ist, bestimmt über die Formel für $\omega(t)$ und eine Berechnung der Parameter des Rollkörpers. Je nachdem, wie gut die Parameter gemessen und berechnet wurden, passen theoretisch zu erwartender und beobachteter Zusammenhang unterschiedlich gut zusammen. Zudem werden die kinetische Energie (Rotationsenergie) der Rolle am Ende der schiefen Ebene aus der maximalen Winkelgeschwindigkeit und die potentielle Energie durch Messen der Höhendifferenz beim gegebenen Neigungswinkel der schiefen Ebene und bekannter Länge der Rollbahn bestimmt. Auf diese Weise ist auch direkt eine Einschätzung möglich, wie viel Energie jeweils in Reibungsenergie umgewandelt wurde.

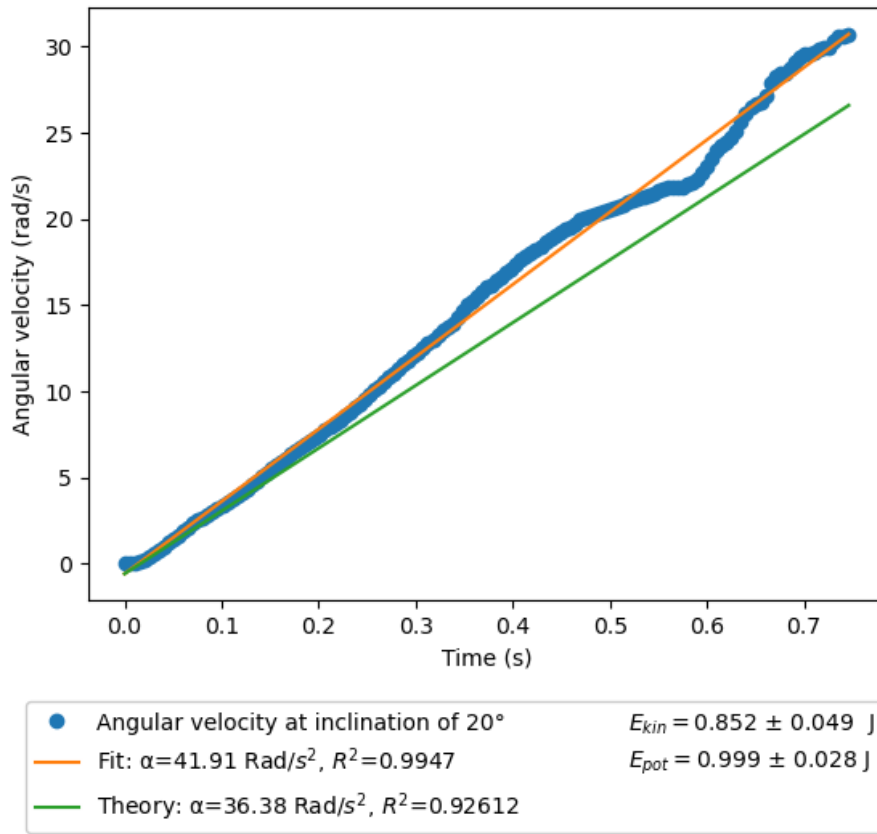


Abbildung 3: Winkelgeschwindigkeit der Rolle über der Zeit bei einem Neigungswinkel der schiefen Ebene von 20°. Für eine Beschreibung der anderen ausgegeben Parameter sei auf die Abbildungsbeschriftung von Abbildung 2 verwiesen.

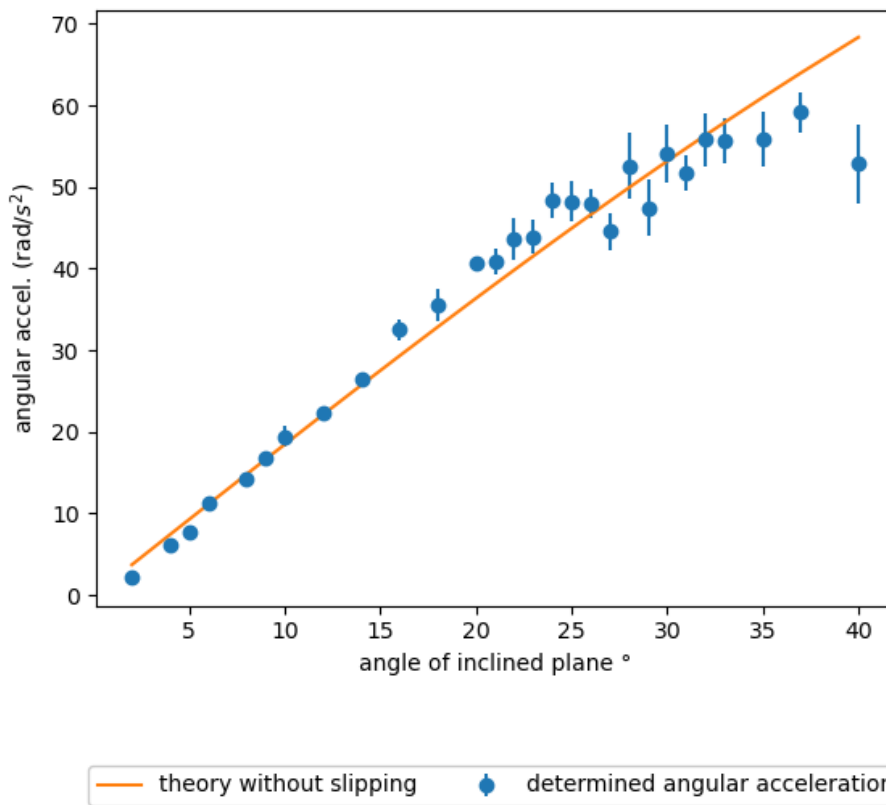


Abbildung 4: Die durch Fits ermittelten Winkelbeschleunigungen in Abhängigkeit vom Neigungswinkel der schiefen Ebene. Zu erkennen ist, dass ab einem Neigungswinkel von etwa 35° die Ergebnisse vom theoretisch zu erwartenden Zusammenhang (orange Linie) ohne Reibungseffekte deutlich abweichen und unterhalb dieser Kurve liegen, da die potentielle Energie durch das Rutschen nicht nur in Rotations-, sondern auch Translationsenergie umgewandelt wird.

Nachdem für jeden Neigungswinkel der schiefen Ebene die dazugehörigen Winkelbeschleunigungen bestimmt wurden, können diese in einem neuen Diagramm (s. Abbildung 4) dargestellt werden. Je nach Oberfläche und Material bzw. Parameter der Rolle sollte ab einem bestimmten Winkel eine niedrigere Winkelbeschleunigung als die theoretisch zu erwartende festzustellen. Dies hängt damit zusammen, dass ab einem gewissen Neigungswinkel die Rolle zu rutschen beginnt und nicht mehr die volle Reibung in die Rotation übergeht. In den Beispieldaten in Abbildung 4 zeigt sich dieses Verhalten ab einem kritischen Neigungswinkel φ_{krit} von etwa 35° . Damit ergibt sich bei den im Beispiel verwendeten Materialien ($m_g = 0,397$ kg, $R = 0,0495$ m und $I = 8,397 \cdot 10^{-4}$ kgm²) ein Haftreibungskoeffizient von

$$\mu = \frac{\tan(\varphi_{krit}) \cdot I}{I + m_g R^2} \approx 0,324.$$

Zusätzlich kann in der Aufgabe auch noch für einzelne Neigungswinkel der schiefen Ebene die Energieerhaltung untersucht werden. Dazu wird die kinetische Energie des Rollkörpers als Summe aus dessen Translationsenergie des Schwerpunkts und der Rotationsenergie durch die finale Rotationsgeschwindigkeit am Ende des Rollvorgangs bestimmt. Außerdem kann die potentielle Energie der Rolle zu Beginn der Bewegung über den Neigungswinkel und die Länge der schiefen Ebene berechnet werden (s. Legende in Abbildung 2 und 3 für Beispielwerte). Es kann dann in Abhängigkeit vom Neigungswinkel geprüft werden, wie viel der anfänglichen potentiellen Energie in kinetische Energie umgewandelt wurde und wie viel Energie in Reibungsenergie umgewandelt wurde. Bei der Energiebetrachtung ist darauf zu beachten, dass der Gyroskop-Sensor einen begrenzten Messbereich aufweist, ein Berechnen der kinetischen Energie aus der Endrotationsgeschwindigkeit des Rollkörpers also nur dann sinnvoll ist, wenn diese noch im Messbereich liegt.

Vorschläge zur Leistungsüberprüfung

Die Bearbeitungsergebnisse der Aufgabenvorbereitung können beispielsweise wie im Aufgabendokument vorgeschlagen auf einem wissenschaftlichen Poster dargestellt werden. Auf dem Poster sollten dann neben Informationen zu Design, Durchführung und Auswertung des Experiments u. a. Visualisierungen der Parameter der Rollbewegung (z. B. Winkelgeschwindigkeit, Rotationsenergie, ...) in Abhängigkeit vom Neigungswinkel der schiefen Ebene und eine begründete Einschätzung, ab welchem Neigungswinkel das Rutschen der Rolle nicht mehr vernachlässigt werden kann und wie sehr dies die Parameter der Rollbewegung beeinflusst, enthalten sein. Alternativ sind aber z. B. auch Kurzpräsentationen, Laborberichte oder *computational essays* möglich. Die letzten beiden Prüfungsformen erlauben auch eine detaillierte Beschreibung und Diskussion von Einzelheiten zur Versuchsdurchführung und Datenauswertung.

Vorschläge zur Modifikation des Experiments

Im Kontext des Experiments sind u. a. folgende Modifikationen/Vertiefungen möglich:

- Ist zusätzlich oder alternativ die Translationsgeschwindigkeit der Rolle von Interesse, so gibt es ausschließlich für Android-Geräte in *phyphox* auch das Tool „Rolle“, welches aus den Gyroskop-Daten nach Eingabe des Rollenradius die Translationsgeschwindigkeit der Rolle bestimmt. Nähere Informationen hierzu finden sich im Wiki von *phyphox*: https://phyphox.org/wiki/index.php?title=Experiment:_Roll.
- Das Experiment könnte über die Aufgabenstellungen hinaus vertieft werden, indem das Trägheitsmoment des Rollkörpers gezielt variiert wird, z. B., indem das Füllmaterial zur Stabilisierung des Smartphones variiert wird; das Auffüllen mit Luftpolsterfolie erzeugt ein anderes Trägheitsmoment als das Auffüllen mit Reis (Voll- vs. näherungsweise Hohlzylinder). Im Experiment könnte dann untersucht werden, wie sich diese Modifikationen auf die Winkelgeschwindigkeit und die Energieerhaltung beim Rollvorgang auswirkt.

- Alternativ können hypothesengeleitet auch die Reibungseigenschaften zwischen Dose und schiefer Ebene variiert werden, indem auf die schiefe Ebene eine andere Unterlage (z. B. eine Wolledecke oder eine Gummimatte) gelegt werden. In dem Fall könnte dann der Einfluss dieser Modifikationen auf die Winkelgeschwindigkeit, die Energieerhaltung beim Rollvorgang und den Neigungswinkel der Ebene, ab dem die Dose zu rutschen beginnt, untersucht werden.

Literatur

Die Experimentieraufgabe ist inspiriert durch das folgende Paper, das den Studierenden auch zur Vorbereitung auf das Experiment dienen kann:

Puttharugsa, C., Khemmani, S., Utayarat, P., & Luangtip, W. (2016). Investigation of the rolling motion of a hollow cylinder using a smartphone. *European Journal of Physics*, 37.

<https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/5/055004>